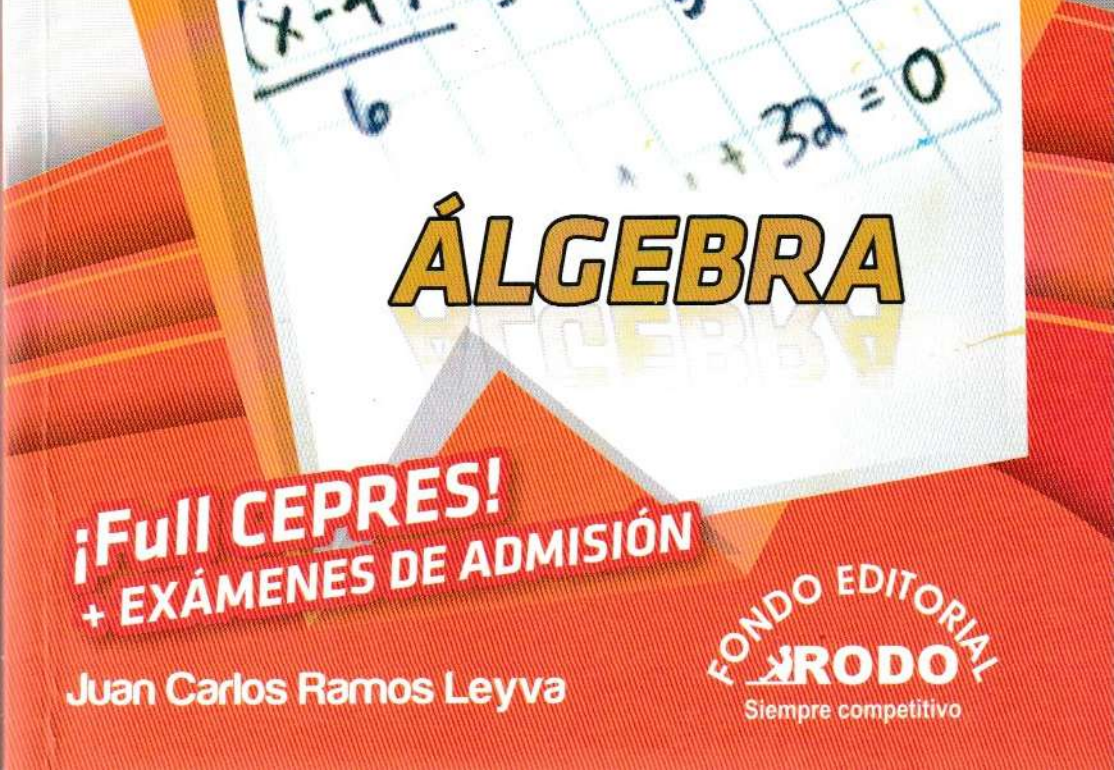




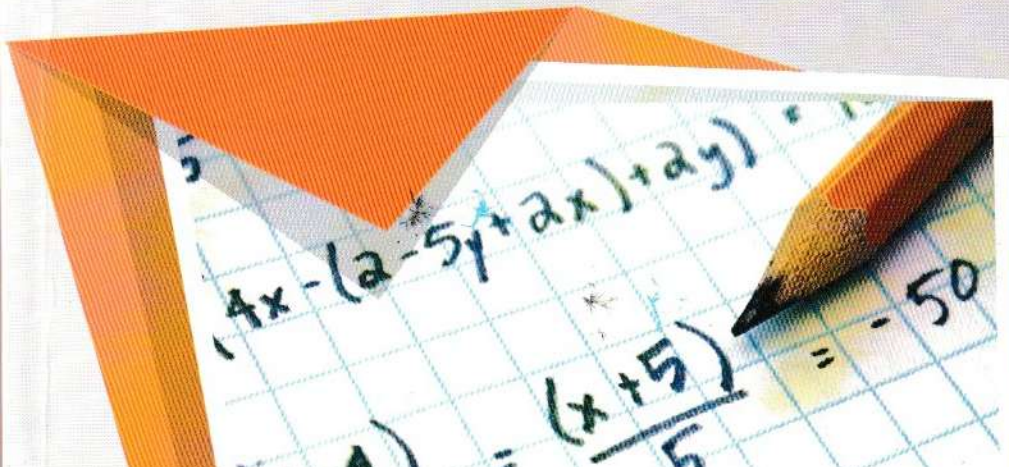
ÁLGEBRA

¡FUI CEPRES!
+ EXÁMENES DE ADMISIÓN

Juan Carlos Ramos Leyva

FONDO EDITORIAL
ARODO
Siempre competitivo

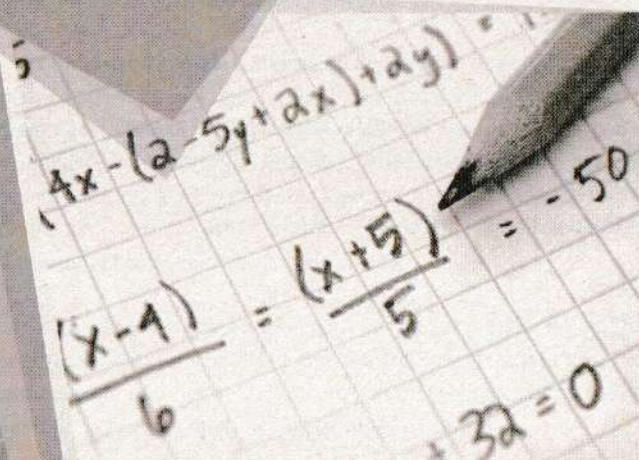
Programación Lineal - Gráfica de Relaciones



Teoría y Práctica

15

Programación Lineal - Gráfica de Relaciones



$4x - (2 - 5y + 2x) + 2y = 1$
 $\frac{(x-4)}{6} = \frac{(x+5)}{5} = -50$
 $\dots + 3a = 0$

ÁLGEBRA

¡Full CEPRES!
+ EXÁMENES DE ADMISIÓN

Juan Carlos Ramos Leyva

FONDO EDITORIAL
ARODO
Siempre competitivo

Tecnología y Prácticas

Programación de la Tecnología

En el Nivel Secundario

ALCEGA

EXAMENES DE ADMISION

1998

ALCEGA

EXAMENES DE ADMISION

PRESENTACIÓN

El **Fondo Editorial RODO** es un grupo educativo con formado por profesionales de experiencia que por muchos años vienen participando en el análisis y producción de textos acordes con las necesidades del sistema educativo. Conocedores de la realidad de nuestro educando que día a día nos muestra la interacción con ellos en las aulas de clase y poniendo de manifiesto nuestro compromiso como educadores hemos asumido el reto de contribuir a elevar el nivel académico de manera integral.

Continuando con la elaboración de nuestra colección con miras al ciclo académico 2014, en esta oportunidad presentamos el texto teórico - práctico denominado **TEMAS SELECTOS DE ÁLGEBRA**, desarrollado con la gran experiencia de nuestro grupo humano. Caracterizándolo así por el rigor y la exigencia académica, ya que abarca los temas y preguntas solicitadas según la currícula de los centros preuniversitarios de las universidades más importantes del país relacionados con el curso.

Esta obra es la continuación de nuestra serie de publicaciones, caracterizada por la calidad e innovación constatada en los miles de ingresantes que han tenido como apoyo nuestras colecciones, esperando los comentarios y sugerencias las cuales sabremos aceptar

La presente serie de boletines consta de una sección teórica, donde se muestra toda la teoría referente al capítulo o capítulos mostrados en el boletín, luego se determina una sección de 100 problemas resueltos por los autores clasificados por nivel de exigencia de menor a mayor dificultad, explicados de manera clara y sencilla que servirá tanto para alumnos que recién empiezan su camino a la universidad, como alumnos de nivel avanzado, dándole nuevas alternativas de solución, luego se cuenta con 100 problemas propuestos con sus respectivas claves para que el alumno mida su nivel de comprensión respecto al capítulo con problemas de igual exigencia que la sección anterior, por último se muestra una sección de exámenes de admisión del curso en mención, con soluciones explicadas de la mejor manera.

Fondo Editorial RODO

De: Walter Z. Benítez Nuñez.



PROGRAMACIÓN LINEAL - GRÁFICA DE RELACIONES

ÁLGEBRA - BOLETÍN 15

ESTA ES UNA OBRA COLECTIVA - EQUIPO PEDAGÓGICO

Juan Carlos Ramos Leyva

EDITADO por

FONDO EDITORIAL RODO

de Walter Z. Benitez Nuñez

Av. Venezuela 979 Of. 205 - Breña

LIMA 05, PERÚ ☎ 424-6350 📠 992-796104

2a. Edición - Marzo 2017

Hecho el Depósito Legal en la Biblioteca Nacional del Perú

Nº: 2017 - 03551

DIAGRAMACIÓN, DIGITACIÓN Y GRÁFICOS

José Miguel Gallo Ballena

Se terminó de imprimir en Marzo del 2017 en:

GRAFIC PLUS S. A. C.

Jr. Chíncha N° 434 A. H. VI ZONA LIMA - Lima 11

Prohibida la reproducción total o parcial de este boletín, por cualquier medio, sin permiso escrito de la Editorial

INTRODUCCIÓN A LA PROGRAMACIÓN LINEAL**1. SISTEMA DE ECUACIONES LINEALES CON DOS INCÓGNITAS****1.A. DEFINICIÓN**

Es un conjunto de dos ecuaciones lineales con dos incógnitas que se verifican simultáneamente para ciertos valores asignados a sus letras incógnitas.

Algunos ejemplos son:

$$\begin{cases} x + y = 10 & \dots\dots\dots (1) \\ x - y = 4 & \dots\dots\dots (2) \end{cases}$$

$$\begin{cases} 2x - 3y = 7 & \dots\dots\dots (1) \\ x + 2y = 21 & \dots\dots\dots (2) \end{cases}$$

1.B. SOLUCIÓN DEL SISTEMA

Es cada par ordenado, cuyas componentes son las letras incógnitas del sistema.

$$\text{Para el sistema } \begin{cases} x + y = 10 & \dots\dots\dots (1) \\ x - y = 4 & \dots\dots\dots (2) \end{cases}$$

Observamos que $x = 7$, $y = 3$; luego la solución será $(7; 3)$

1.C. RESOLUCIÓN DEL SISTEMA

Es el proceso mediante el cual se determina cada solución del sistema o se demuestra que esta no existe.

1.D. PRINCIPALES MÉTODOS DE RESOLUCIÓN**1^{RO}. MÉTODO DE IGUALACIÓN**

Consiste en despejar de cada una de las ecuaciones la misma letra incógnita para luego igualarlas y de este modo obtener una ecuación en función de una sola incógnita, la cual será fácil de calcular.

Ejemplo: Calcular x en el sistema:

$$\begin{cases} 3x + 2y = 12 & \dots\dots\dots (1) \\ 2x - y = 7 & \dots\dots\dots (2) \end{cases}$$

Resolución: De (1) despejamos y : $3x + 2y = 12 \Leftrightarrow 2y = 12 - 3x$
 $y = \frac{12 - 3x}{2}$

De (2) despejamos y : $2x - y = 7 \Leftrightarrow -y = 7 - 2x$
 $y = -7 + 2x$

Ahora igualando tenemos: $\frac{12-3x}{2} = -7 + 2x$

$$12 - 3x = -14 + 4x \Leftrightarrow -7x = -26$$

$$\therefore x = \frac{26}{7}$$

2º. MÉTODO DE SUSTITUCIÓN

Consiste en despejar, de una de las ecuaciones dadas, cierta incógnita para reemplazarla en la otra ecuación y de este modo obtener una nueva ecuación con una sola incógnita, la cuál será fácil de calcular.

Ejemplo: Calcular y del sistema

$$\begin{cases} 5x + 3y = 10 & \text{.....(1)} \\ 2x - 5y = 9 & \text{.....(2)} \end{cases}$$

Resolución: De (1) despejamos x: $5x + 3y = 10 \Leftrightarrow 5x = 10 - 3y$

$$x = \frac{10 - 3y}{5}$$

Reemplazando en (2): $2\left(\frac{10 - 3y}{5}\right) - 5y = 9 \Leftrightarrow \frac{20 - 6y}{5} = 9 + 5y$

$$20 - 6y = 45 + 25y \Leftrightarrow -31y = 25$$

$$\therefore y = -\frac{25}{31}$$

3º. MÉTODO DE REDUCCIÓN

Consiste en sumar o restar las ecuaciones dadas con la finalidad de eliminar a una de sus letras incógnitas, a veces antes de efectuar la operación entre las ecuaciones es necesario transformar al menos una de ellas.

Ejemplo: Resolver

$$\begin{cases} x + y = 6 & \text{.....(1)} \\ x - y = 2 & \text{.....(2)} \end{cases}$$

Resolución: Sumando (1) y (2): $2x = 8 \Rightarrow x = 4$

Restando (1) y (2): $2y = 4 \Rightarrow y = 2$

Ahora tenemos: solución = (x; y) = (4; 2)

$$\therefore CS = \{(4; 2)\}$$

Ejemplo: Resolver:

$$\begin{cases} 3x + 2y = 5 & \dots\dots\dots(1) \\ 2x - y = 3 & \dots\dots\dots(2) \end{cases}$$

Resolución: Eliminando y:

$$\begin{aligned} \text{La (1) igual: } 3x + 2y &= 5 \\ \text{La (2) por 2: } 4x - 2y &= 6 \end{aligned} \left. \vphantom{\begin{aligned} 3x + 2y &= 5 \\ 4x - 2y &= 6 \end{aligned}} \right\} \text{sumando: } 7x = 11$$

$$x = \frac{11}{7}$$

Eliminando x:

$$\begin{aligned} \text{La (1) por 2: } 6x + 4y &= 10 \\ \text{La (2) por } -3: -6x + 3y &= -9 \end{aligned} \left. \vphantom{\begin{aligned} 6x + 4y &= 10 \\ -6x + 3y &= -9 \end{aligned}} \right\} \text{sumando: } 7y = 1$$

$$y = \frac{1}{7}$$

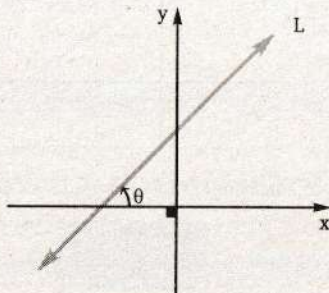
Finalmente tenemos: $\therefore CS = \left\{ \left(\frac{11}{7}; \frac{1}{7} \right) \right\}$

2. RESOLUCIÓN GRÁFICA DEL SISTEMA LINEAL CON DOS INCÓGNITAS

2.A. ECUACIÓN GENERAL DE LA RECTA

$$L: AX + BY + C = 0$$

Donde $A, B, C \in \mathbb{R} \mid A \text{ o } B \text{ es distinto de cero.}$



La recta L es el lugar geométrico de todos los puntos de coordenadas $(x; y)$ que verifican la ecuación $AX + BY + C = 0$

θ = Dirección de la recta L; m = Pendiente de la recta L

OBSERVACIÓN

La dirección y la pendiente se relacionan de la manera siguiente:

$$m = \tan(\theta) = -\frac{A}{B}$$

2.B. TEOREMA

Sean: $L_1: A_1X + B_1Y + C_1 = 0$

$L_2: A_2X + B_2Y + C_2 = 0$

el sistema:

$$\begin{cases} A_1X + B_1Y + C_1 = 0 \dots\dots\dots (L_1) \\ A_2X + B_2Y + C_2 = 0 \dots\dots\dots (L_2) \end{cases}$$

Tiene solución siempre que las rectas L_1 y L_2 se intersecten, de no ser así se afirma que el sistema no tiene solución.

2.C. PROPIEDADES

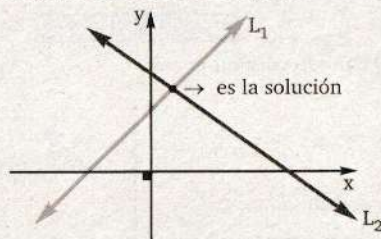
Dado el sistema: $\begin{cases} A_1X + B_1Y + C_1 = 0 \dots\dots\dots (L_1) \\ A_2X + B_2Y + C_2 = 0 \dots\dots\dots (L_2) \end{cases}$

Se cumple que:

PRIMERO: El sistema es consistente determinado, es decir tiene solución única si verifica:

$$\frac{A_1}{A_2} \neq \frac{B_1}{B_2}$$

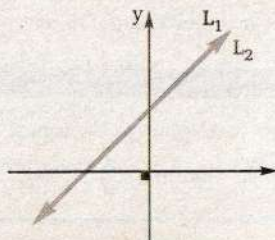
Gráficamente representa dos rectas secantes:



SEGUNDO: El sistema es consistente indeterminado, es decir tiene infinitas soluciones si verifica:

$$\frac{A_1}{A_2} = \frac{B_1}{B_2} = \frac{C_1}{C_2}$$

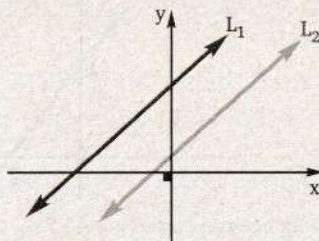
Gráficamente representa dos rectas coincidentes:



TERCERO: El sistema es inconsistente, es decir no tiene solución, si verifica:

$$\frac{A_1}{A_2} = \frac{B_1}{B_2} \neq \frac{C_1}{C_2}$$

Gráficamente representa dos rectas paralelas:



3. INECUACIONES LINEALES CON DOS INCÓGNITAS

3.A. DEFINICIÓN

Son desigualdades que presentan dos letras incógnitas y asumen cualquiera de las siguientes formas:

$$\begin{aligned} ax + by &> c ; ax + by < c \\ ax + by &\geq c ; ax + by \leq c \end{aligned}$$

3.B. RESOLUCIÓN GRÁFICA

El conjunto solución de una inecuación lineal con dos incógnitas está determinado por todos los pares $(x; y)$, de componentes reales, que satisfacen la desigualdad propuesta.



OBSERVACIÓN

Toda recta divide al plano cartesiano en dos regiones, una a cada lado de la recta, y cada una de estas regiones recibe el nombre de semiplano.

3.C. REGLAS PRÁCTICAS PARA SOMBRER SEMIPLANOS

Sea $y = f(x)$ una ecuación lineal; asimismo $y > f(x)$, $y \geq f(x)$, $y < f(x)$, $y \leq f(x)$ inecuaciones lineales.

PRIMERA: $y > f(x)$ es el semiplano ubicado por encima de la recta $y = f(x)$ sin incluir dicha recta.

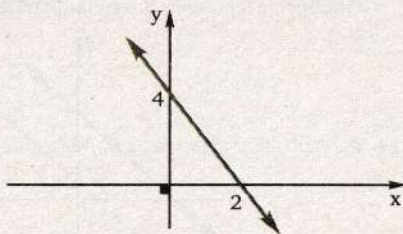
SEGUNDA: $y \geq f(x)$ es el semiplano ubicado por encima de la recta $y = f(x)$ incluyendo dicha recta.

TERCERA: $y < f(x)$ es el semiplano ubicado por debajo de la recta $y = f(x)$ sin incluir dicha recta.

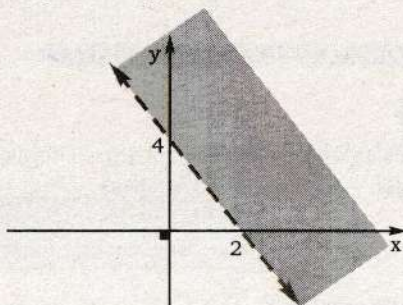
CUARTA: $y \leq f(x)$ es el semiplano ubicado por debajo de la recta $y = f(x)$ incluyendo dicha recta.

Ejemplo: Resolver: $2x + y > 4$

Resolución: La inecuación propuesta es $y > 4 - 2x$
 Graficando la recta $y = 4 - 2x$.



Finalmente graficamos $y > 4 - 2x$.

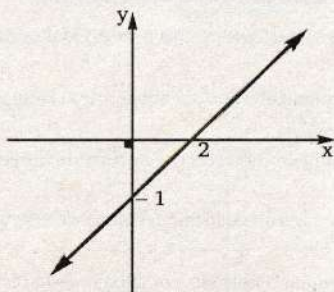


Ejemplo: Resolver: $x - 2y \geq 2$

Resolución: La inecuación dada es: $x - 2y \geq 2 \Leftrightarrow -x + 2y \leq -2$
 $2y \leq x - 2 \Leftrightarrow y \leq \frac{1}{2}x - 1$

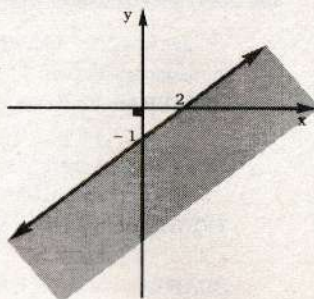
Graficando la recta:

$$y = \frac{1}{2}x - 1$$



Finalmente graficamos:

$$y \leq \frac{1}{2}x - 1$$



3.D. SOLUCIÓN GRÁFICA DE UN SISTEMA DE INECUACIONES LINEALES

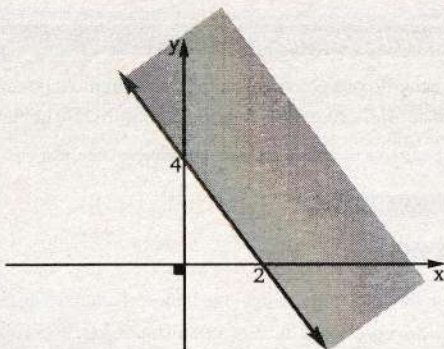
Dado un sistema de inecuaciones lineales conformado por dos o más inecuaciones, la solución gráfica de dicho sistema es la región que se determina al intersectar todos los semiplanos originados por las inecuaciones que conforman el sistema.

Ejemplo: Resolver:

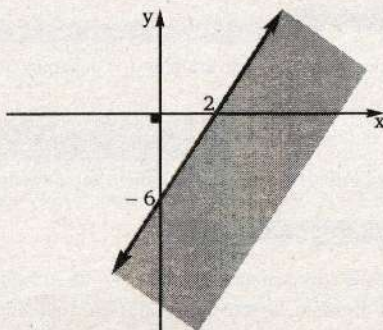
$$\begin{cases} 2x + y \geq 4 & \text{..... (1)} \\ 3x - y \geq 6 & \text{..... (2)} \end{cases}$$

Resolución: Inicialmente graficamos los semiplanos que corresponden a cada inecuación del sistema.

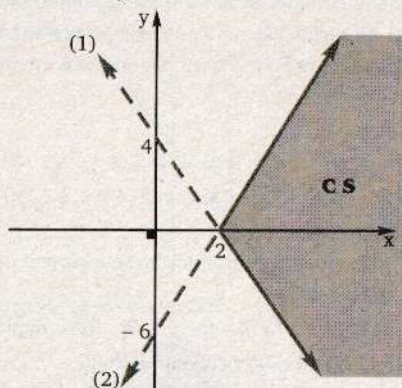
(1): $2x + y \geq 4 \Leftrightarrow y \geq 4 - 2x$; semiplano ubicado por encima de la recta $y = 4 - 2x$, incluyendo a ésta.



(2): $3x - y \geq 6 \Leftrightarrow -3x + y \leq -6$
 $y \leq 3x - 6$; semiplano ubicado por debajo de la recta $y = 3x - 6$, incluyendo a ésta.



Finalmente el conjunto solución del sistema viene dado por la intersección de los semiplanos hallados, veamos:



OBSERVACIÓN

De acuerdo con el teorema citado en el ítem 2B podemos asegurar que $(2; 0)$ es la solución del sistema de ecuaciones conformado por las rectas (1) y (2).

4. PROGRAMACIÓN LINEAL

4.A. CONCEPTO

Es un modelo matemático mediante el cual se resuelve un problema determinado, formulado por ecuaciones lineales, optimizando la función objetivo, también lineal.

La programación lineal consiste en optimizar (minimizar o maximizar) una función lineal, que llamaremos función objetivo, de tal forma que las variables de dicha función estén sujetas a una serie de restricciones que expresamos mediante un sistema de inecuaciones lineales.

5. DEFINICIONES BÁSICAS

5.A. FUNCIÓN OBJETIVO

Es una función lineal en dos variables que debemos maximizar o minimizar, la función objetivo presenta la siguiente forma:

$$F(x; y) = ax + by + c$$

Donde a , b y c son constantes; x , y se llaman variables de decisión.

5.B. CONJUNTO DE RESTRICCIONES

Es el sistema de inecuaciones lineales con dos incógnitas que expresan un conjunto de limitaciones que presenta el problema propuesto. Aquí también se consideran a las variables de decisión como variables no negativas, es decir $x \geq 0 \wedge y \geq 0$.

5.C. SOLUCIONES FACTIBLES

En cada una de las soluciones que verifican al conjunto de restricciones, cada solución factible se representa por un punto en el plano cartesiano.

5.D. REGIÓN-FACTIBLE

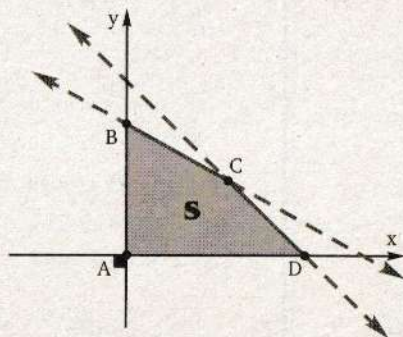
Se llama así al conjunto convexo formado por todos los puntos que representan a las soluciones factibles, es una región poligonal. La región factible puede, o no, ser acotada, la primera incluye los puntos de su frontera y la otra no.

**OBSERVACIÓN**

Sólo las regiones factibles acotadas presentan siempre solución, en las otras puede o no existir solución.

5.E. SOLUCIÓN ÓPTIMA

Es el punto cuyas coordenadas hacen de la función objetivo un valor máximo o mínimo. La solución óptima, en caso de existir, se alcanza en un vértice de la región factible.



S = Región Factible

A, B, C y D son posibles puntos de optimización.

6. MÉTODO ANALÍTICO O MÉTODO DE LOS VÉRTICES**6.A. DESCRIPCIÓN**

Se determina la región factible calculando las coordenadas de todos sus vértices, luego cada punto que corresponde a un vértice se reemplaza en la función objetivo esperando obtener con alguno de ellos un valor máximo o mínimo según corresponda a la optimización.

6.B. TEOREMA

Si la función objetivo asume el mismo valor óptimo en dos vértices consecutivos de una frontera de la región factible, también asume el mismo valor en los puntos del segmento limitado por dichos vértices.

PROBLEMAS RESUELTOS

1. Resolver el sistema:

$$\begin{cases} \frac{1}{x} + \frac{1}{y} = \frac{5}{6} & \text{.....(I)} \\ \frac{7}{x} - \frac{5}{y} = \frac{11}{6} & \text{.....(II)} \end{cases}$$

- A) $\{(2; 3)\}$ B) $\{(3; 2)\}$
 C) $\{(-2; 2)\}$
 D) $\{(2; 1)\}$ E) $\{(-2; -3)\}$

2. Resolver:

$$\begin{cases} \frac{x+y}{x-y} = \frac{a}{b-c} & \text{.....(I)} \\ \frac{x+c}{y+b} = \frac{a+b}{a+c} & \text{.....(II)} \end{cases}$$

- A) $\{(a+c-b; a+b-c)\}$
 B) $\{(a+b-c; a+c-b)\}$
 C) $\{(a+b-c; a+b-c)\}$
 D) $\{(a-b-c; a-b+c)\}$
 E) $\{(a+b+c; a+b-c)\}$

3. Resolver el sistema:

$$\begin{cases} 5x + 4y = \frac{xy}{6} & \text{..... (I)} \\ 3x + 2y = \frac{xz}{8} & \text{..... (II)} \\ 3y + 5z = \frac{yz}{6} & \text{..... (III)} \end{cases}$$

Para luego indicar el valor de y :

- A) 48 B) 80 C) 60
 D) 36 E) 120

4. Encontrar el valor de "x" del sistema:

$$\begin{cases} \frac{m}{x-a} + \frac{n}{y-b} = \frac{m-n}{b-a} & \text{.....(I)} \\ \frac{r}{x-a} - \frac{s}{y-b} = \frac{r+s}{b-a} & \text{.....(II)} \end{cases}$$

- A) b B) a C) ab
 D) a-b E) a+b

5. Calcular:
- $x-y+z-w$
- del sistema:

$$\begin{cases} x+y+z=15 & \text{..... (I)} \\ x+y+w=16 & \text{..... (II)} \\ x+z+w=18 & \text{..... (III)} \\ y+z+w=20 & \text{..... (IV)} \end{cases}$$

- A) 3 B) 6 C) -6
 D) -3 E) 12

6. Calcular el valor de
- z^2
- a partir del sistema:

$$\begin{cases} xy + x + y = 23 & \text{..... (1)} \\ xz + x + z = 41 & \text{..... (2)} \\ yz + y + z = 27 & \text{..... (3)} \end{cases}$$

- A) 4 B) 36 C) 16
 D) 25 E) 49

7. Resolver el siguiente sistema:

$$\begin{cases} 2x + 3y - 5z = 8 & \text{..... (1)} \\ 5x + 2y + z = 9 & \text{..... (2)} \\ 3x - y + 2z = 27 & \text{..... (3)} \end{cases}$$

- A) $\{(3; 1; 4)\}$ B) $\{(2; 4; 3)\}$
 C) $\{(1; 2; 3)\}$
 D) $\{(3; 4; 2)\}$ E) $\{(2; 5; 4)\}$

8. Luego de resolver el sistema:

$$\begin{cases} x - 2y = -13 & \dots\dots (1) \\ 2z + 3y = 19 & \dots\dots (2) \\ 3x - z + 4y = 9 & \dots\dots (3) \end{cases}$$

Indicar el valor de: $x + y + z$

- A) 4 B) 2 C) 6
D) 1 E) 8

9. Al resolver el sistema:

$$\begin{cases} \frac{1}{x} + \frac{3}{y+1} = \frac{5}{4} & \dots\dots (1) \\ \frac{4}{x} - \frac{7}{y+1} = \frac{1}{4} & \dots\dots (2) \end{cases}$$

Se obtiene:

- A) $x = 1$; $y = 2$ B) $x = 2$; $y = 1$
C) $x = 1$; $y = 3$
D) $x = 3$; $y = 2$ E) $x = 2$; $y = 3$

10. Al resolver el sistema:

$$\begin{cases} x + ay + a^2z + a^3 = 0 & \dots\dots (1) \\ x + by + b^2z + b^3 = 0 & \dots\dots (2) \\ x + cy + c^2z + c^3 = 0 & \dots\dots (3) \end{cases}$$

El valor de "y" es igual:

- A) abc B) $a+b+c$
C) acb
D) $a(a+b+c)$ E) $ab+bc+ac$

11. Determinar el valor de "m" para que el sistema:

$$\begin{cases} 3x + 2my = n + 2 & \dots\dots (1) \\ 5x + 2(m+2)y = 30 & \dots\dots (2) \end{cases}$$

Sea indeterminado

- A) 1 B) 2 C) 3
D) 4 E) 5

12. ¿Qué condición debe cumplir "a" para que el sistema:

$$\begin{cases} 3ax + 7y = 1 \\ 2ax + 5y = 2 \end{cases}$$

Sea compatible determinado?

- A) $a > 0$ B) $a < 0$ C) $a = 2$
D) $a \neq 0$ E) $a \neq 7$

13. Hallar las soluciones enteras no negativas de la siguiente ecuación:

 $5x - 3y = 10$; para luego indicar un valor de x.

- A) 1 B) 3 C) 4
D) 6 E) 11

14. Luego de resolver la siguiente ecuación:
- $2x - 3y = 7$
- ; en
- Z^+
- , indicar cuál de los siguientes valores de "x" no verifica dicha ecuación:

- A) 8 B) 5 C) 9
D) 11 E) 14

15. ¿Para que valor de
- λ
- el sistema siguiente:

$$\begin{cases} \lambda x + y = 0 \\ \lambda y + z = 1 \\ \lambda z + x = \lambda \end{cases}$$

admite infinitas soluciones?

- A) 1 B) 0 C) 2
D) -1 E) -2

16. Siendo A una matriz y T un escalar, la solución del sistema:

$$A \cdot \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} b_1 \\ b_2 \end{bmatrix}, \text{ es:}$$

$$\begin{bmatrix} b_1 \\ b_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 3 \\ 0 \end{bmatrix} + T \begin{bmatrix} -2 \\ 1 \end{bmatrix}$$

Dar el valor de verdad de:

- I. $\det(a) \neq 0$ y el sistema corresponde a dos rectas que se intersectan en un punto.
 II. $\det(a) \neq 0$ y el sistema corresponde a dos rectas que no se intersectan.
 III. $\det(a) \neq 0$ y el sistema corresponde a dos rectas que coinciden.
- A) FVV B) VFF C) VVF
 D) FFV E) VFV
17. Sea "m" un entero tal que el sistema de ecuaciones:

$$\begin{cases} 2x + 3y = 8 & \dots (1) \\ mx - y = 37 & \dots (2) \\ 3x + 8y = m & \dots (3) \end{cases}$$

Sea compatible si: $(x_0; y_0)$ es la solución de dicho sistema. Hallar el valor de:

$$E = m - (x_0 + y_0)$$

- A) 0 B) 1 C) 2
 D) 3 E) 4

18. Luego de resolver el sistema:

$$\begin{cases} \frac{3}{3x-2y+3} + \frac{5}{x+4y-7} = -\frac{4}{21} & \dots (I) \\ \frac{7}{3x-2y+3} - \frac{3}{x+4y-7} = \frac{8}{15} & \dots (II) \end{cases}$$

Indicar el valor de: $x - y$

- A) 8 B) 6 C) 7
 D) 9 E) 5

19. Determinar el valor de "k" para que el sistema:

$$\begin{cases} 2x - 5y + 3z = 0 & \dots (I) \\ x - y + z = 0 & \dots (II) \\ 3x + ky + z = 0 & \dots (III) \end{cases}$$

Sea indeterminado.

- A) 1 B) 3 C) 5
 D) 7 E) 9

20. Calcular el valor de: xyz , del sistema:

$$\begin{cases} 2x + 3y - z = -3 & \dots (I) \\ 3x - 4y + z = 9 & \dots (II) \\ 5x + 2y + 3z = 9 & \dots (III) \end{cases}$$

- A) -5 B) 1 C) 2
 D) -2 E) -1

21. Dado los sistemas:

$$\begin{cases} x - y = a & \dots (I) \\ x - 3y = b & \dots (II) \end{cases} \wedge \begin{cases} by - x = c & \dots (III) \\ x + y = 6 & \dots (IV) \end{cases}$$

Calcular "c" sabiendo que son equivalentes.

Además: $2a + b = -14$

- A) 42 B) -7 C) 7
D) -35 E) -42

22. Resolver:

$$\begin{cases} \frac{x}{a} = \frac{y}{b} = \frac{z}{c} & \dots\dots (I) \\ mx + ny + pz = 3 & \dots\dots (II) \end{cases}$$

Para luego indicar el valor de: y

- A) $\frac{b}{ma + mb + pc}$
B) $\frac{2b}{m + a + b}$
C) $\frac{3b}{mn + abc}$
D) $\frac{3b}{ma + nb + pc}$
E) $\frac{b}{ma + nb + pc}$

23. Luego de resolver el sistema:

$$\begin{cases} 12(x + y) = 5xy & \dots\dots (I) \\ 18(y + z) = 5yz & \dots\dots (II) \\ 36(x + z) = 13xz & \dots\dots (III) \end{cases}$$

el valor de: $x + y - z$; es:

- A) 1 B) 2 C) 3
D) 4 E) 5

24. Halle "x" del sistema:

$$\begin{cases} (x + 1)(y + 1) = 24 & \dots\dots (I) \\ (z + 1)(x + 1) = 18 & \dots\dots (II) \\ (y + 1)(z + 1) = 12 & \dots\dots (III) \end{cases}$$

- A) 1 B) 2 C) 3
D) 4 E) 5

25. Luego de resolver el sistema:

$$\begin{cases} \sqrt[3]{x} + \sqrt[3]{y} + 5\sqrt[3]{z} = 39 & \dots\dots (I) \\ \sqrt[3]{x} + 5\sqrt[3]{y} + \sqrt[3]{z} = 31 & \dots\dots (II) \\ 5\sqrt[3]{x} + \sqrt[3]{y} + \sqrt[3]{z} = 7 & \dots\dots (III) \end{cases}$$

Calcular el valor de: $xy + z$

- A) 118 B) 218 C) 318
D) 128 E) 228

26. Indicar el valor de "a" para: $x = 5$ en el sistema:

$$\begin{cases} (2a + 1)x - (a + 3)y = 1 & \dots\dots (I) \\ (2a - 1)x - (a + 2)y = -1 & \dots\dots (II) \end{cases}$$

- A) 7 B) 8 C) 9
D) 10 E) 11

27. Del sistema:

$$\begin{cases} 4(3x + 2y) = 7xy & \dots\dots (I) \\ 6(5x + 2z) = 11xz & \dots\dots (II) \\ 12(5y + 3z) = 19yz & \dots\dots (III) \end{cases}$$

Calcular el valor de:

$$2x^{-1} + 3y^{-1} + 5z^{-1}$$

- A) $\frac{12}{31}$ B) $\frac{6}{31}$ C) $\frac{31}{12}$
D) $\frac{31}{6}$ E) $\frac{21}{5}$

28. Dado el sistema:

$$\begin{cases} x(x + 2y + 3z) = 80 & \dots\dots (I) \\ 2y(x + 2y + 3z) = 32 & \dots\dots (II) \\ 3z(x + 2y + 3z) = 144 & \dots\dots (III) \end{cases}$$

encontrar el valor positivo de z.

- A) 3 B) 2 C) 5
D) 7 E) 6

29. Halle el valor de "x" del sistema:

$$\begin{cases} x + y + z = 0 & \dots\dots (I) \\ ax + by + cz = 0 & \dots\dots (II) \\ bcx + acy + abz = 0 & \dots\dots (III) \end{cases}$$

A) $\frac{1}{(a-b)(c-a)}$

B) $\frac{1}{(a-b)(a-c)}$

C) $\frac{1}{abc}$

D) $\frac{1}{(a+b)(a+c)}$

E) abc

30. Para que valor de "n" las ecuaciones:

$$\begin{cases} nx + y = 1 & \dots\dots (I) \\ x + y = 2 & \dots\dots (II) \\ x - y = n & \dots\dots (III) \end{cases}$$

forman un sistema.

- A) 1 B) -1 C) 2
D) -2 E) 3

31. Resolver gráficamente el sistema:

$$\begin{cases} x^2 + y^2 = 25 & \dots\dots (1) \\ x + y = 7 & \dots\dots (2) \end{cases}$$

e indicar el número de soluciones

- A) 0 B) 1 C) 2
D) 3 E) 4

32. Dada la ecuación de la circunferencia $x^2 + y^2 = 1$ para cuál de los siguientes valores de "a", la recta $L: x + 2y = a$; es tangente a dicha circunferencia

- A) 1 B) 2 C) $-\sqrt{3}$
D) $-\sqrt{5}$ E) -2

33. Determine el área de la región triangular que se genera en el primer cuadrante por la gráfica de la función $y = 5 - x$ y los ejes coordenadas.

- A) $10,5u^2$ B) $11,5u^2$ C) $12,5u^2$
D) $13,5u^2$ E) $14,5u^2$

34. Una liebre perseguida por un galgo se encuentra a 80 saltos de liebre delante del galgo. La liebre da 4 saltos mientras que en el mismo tiempo el galgo da 3. Si 5 saltos del galgo equivalen a 7 saltos de la liebre. ¿Cuántos saltos dará la liebre antes de ser alcanzada por el galgo?

- A) 1000 B) 1500 C) 1600
D) 1250 E) 1100

35. Un ciclista sube cuesta a razón de 3km/h; las baja a razón de 5km/h y en el llano va a razón de 4km/h. Para recorrer 11,5km de "A" hasta "B" emplearía 2h 54min y en el regreso 3h 6min. ¿Cuál es la longitud del camino llano que hay entre "A" y "B"?

- A) 2 km B) 3 km C) 5 km
D) 7 km E) 4 km

36. Cierta trabajo puede ser realizado por A y B en 70 días; por A y C en 84 días y por B y C en 140 días. ¿En que tiempo haría B sólo el trabajo?

A) 105 días B) 210 días
C) 420 días
D) 240 días E) 120 días

37. El Sr. Oscar le dice a José: Hace 5 años mi edad excedía en 7 al duplo de la edad que tenías hace 4 años, pero dentro de 10 años mi edad será 4 veces la edad que tú tenías cuando tu hermano Rubén tenía la edad que yo tenía hace 38 años, cuando yo tenía la edad que tu hermano tendrá dentro de 22 años. ¿Cuántos años tiene Oscar?

A) 20 B) 50 C) 23
D) 40 E) 55

38. A una varilla de cobre de 1235 cm de longitud se le hace tres cortes de manera que la longitud de cada parte obtenida, es igual a la anterior aumentada en su mitad. ¿Cuál es la longitud (en cm) de la parte más grande?

A) 260 B) 342 C) 390
D) 513 E) 585

39. Resolver en $\mathbb{Z}$

$$\begin{cases} 2x - 5y > 30 \\ x + 3y < -22 \\ y > -8 \end{cases}$$

Si $S = \{(a; b)\}$ es la solución del sistema, indique el valor de $a + b$.

A) -5 B) -7 C) -8
D) -9 E) -10

40. Considere el sistema de inecuaciones:

$$\begin{cases} y > 2x \\ y > -x \\ 2y < -x + 5 \end{cases}$$

Determine el número de pares ordenados de coordenadas enteras que satisfacen el sistema.

A) 1 B) 2 C) 3
D) 4 E) 5

41. Resuelva el sistema en $\mathbb{Z}^+$

$$\begin{cases} 2x + 3y + 5z > 23 \\ 2x - y + 5z < 13 \\ z - y < -1 \\ y < 4 \end{cases}$$

Determine el valor de x, y, z

A) 6 B) 10 C) 12
D) 15 E) 24

42. Determine un valor entero para el cual el sistema se verifica para un solo valor entero de x .

$$\begin{cases} x^2 - 4x + 3 \leq 0 \\ x^2 - 2x + 4 \geq 6 - x \\ x \geq a \end{cases}$$

A) -1 B) 1 C) 2
D) 3 E) 4

43. Si
- $x, y \in \mathbb{Z}$
- resolver el sistema

$$\begin{cases} 5^{x+y-2} - 1 > 0 \\ 2^{x-y} > 16 \\ \left(\frac{1}{3}\right)^{6-x} < \left(\frac{1}{3}\right)^{x-4} \end{cases}$$

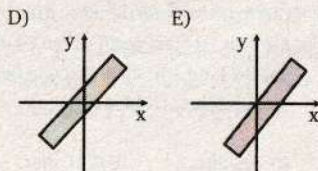
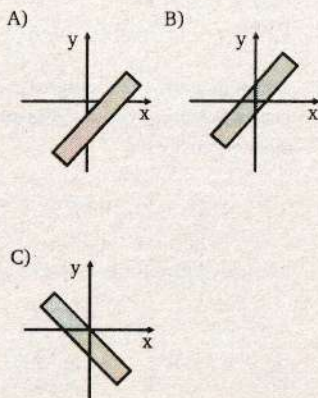
Determine el valor de xy

- A) -4 B) -3 C) -2
D) 2 E) 4
44. ¿Cuántos pares ordenados $(a;b)$ de coordenadas enteras, satisfacen el sistema

$$\begin{cases} y - x^2 + x + 6 > 1 \\ y - x < -3 \end{cases}$$

- A) 3 B) 4 C) 5
D) 6 E) 7
45. La gráfica que mejor representa al conjunto

$$A = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 / \sqrt{x-y} \leq 1\} \text{ es:}$$



46. Una empresa se dispone a producir dos artículos A y B, según un estudio se obtuvo la siguiente información para su producción. Calcule el máximo beneficio (en S/.) que podría obtenerse.

Artículo	Horas de máquina	Horas de mano de obra	Ganancia por unidad
A	3	4	S/.10
B	6	7	S/.15
Disponibilidad	500	300	

- A) 750 B) 850 C) 950
D) 1050 E) 1150
47. Con respecto al P.P.L. maximizar $z = x + 1,5y$; según:
- $$x + y \leq 80, \quad x + 2y \leq 120$$
- $$2x + y \leq 280, \quad x \geq 0, \quad y \geq 0,$$
- Indique la secuencia correcta (V) o (F) de las siguientes proposiciones:
- I. No existe región admisible
II. El óptimo es el punto (60,20)
III. Una solución es el punto (40,40)

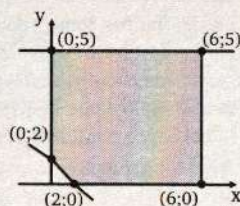
- A) VVV B) FFF C) VFF
D) VVF E) VFF

48. Determine el máximo valor de $z = x + 2y$, en la región admisible definida por:

$$\begin{cases} x \geq 0 \\ y \geq 0 \\ x + y \geq 2 \\ x + y \leq 10 \\ 2x + y \leq 13 \end{cases}$$

- A) 3 B) 4 C) 5
D) 6 E) 7

49. Determine el sistema de inecuaciones lineales que represente la siguiente región sombreada admisible de un programa lineal:



- A) $\begin{cases} x \geq 0 \\ y \geq 0 \\ y \leq 6 \\ x \leq 6 \end{cases}$ B) $\begin{cases} x \geq 0 \\ y \geq 0 \\ y \leq 5 \\ x \leq 6 \\ x + y \geq 2 \end{cases}$

- C) $\begin{cases} x \geq 0 \\ y \geq 0 \\ x + y \leq 2 \\ x \leq 6 \\ y \leq 5 \end{cases}$

- D) $\begin{cases} x \geq 0 \\ y \geq 0 \\ x + y \geq 4 \\ x \leq 6 \\ y \leq 5 \end{cases}$ E) $\begin{cases} x \geq 0 \\ y \geq 0 \\ x \leq 5 \\ y \leq 6 \\ x + y \geq 2 \end{cases}$

50. Hallar el máximo valor de $z = 3x + 2y$
Sujeto a:

$$\begin{cases} y - x \leq 3 \\ y + x \leq 5 \\ x \leq 2 \\ x \geq 0 \\ y \geq 0 \end{cases}$$

- A) 6 B) 11 C) 12
D) 15 E) 25

51. Hallar el mínimo valor de $Z = 2x + y$

$$\begin{cases} x + y \geq 3 \\ \frac{x}{4} + y \geq 1 \\ x \geq 0 \\ y \geq 0 \end{cases}$$

- A) 3 B) 17/3 C) 0
D) 8/3 E) 4

52. Al resolver el siguiente P. P. L.
Máx. ($z = x + y$)
Sujeto a:

$$\begin{cases} x + y \leq 5 \\ x + y \geq 1 \\ x \geq 0 \\ y \geq 0 \end{cases}$$

se puede afirmar:

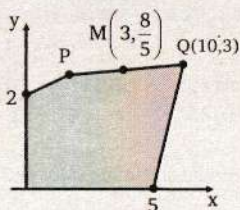
I. El P.P.L. alcanza un máximo en $(x, y) = (5, 0)$.

II. El P.P.L. alcanza el máximo en toda la recta $x + y = 5$

III. El P.P.L. no tiene óptimo.

- A) VVF B) VVV C) VFF
D) FVF E) FVV

53. Si la función objetivo $z = ax + by$ tiene un valor óptimo de 39, siendo la solución óptima el segmento $\overline{PQ}$ ubicado en la región admisible mostrada, entonces $5a + b$ es



- A) -2 B) 3 C) 39/11
D) 0 E) 1

54. Una compañía de productos químicos está diseñando una planta que producirá dos tipos de polímeros P_1 y P_2 . La planta debe tener la capacidad de diseños posibles para la cámara de reacción básica que tiene que incluirse en la planta, cada cámara de tipo A tiene un costo de \$600,000 con una capacidad de producción de 10 unidades de P_1 al día y 20 unidades de P_2 al día, el tipo B es el diseño más barato, pues tiene un costo de \$300,000 y una capacidad de producción de 4 unidades de P_1 y 30

unidades de P_2 al día. Debido a los costos de operación es necesario tener al menos 4 cámaras de cada tipo en la planta. ¿Cuántas cámaras de cada tipo deberían incluirse para minimizar el costo de construcción y aún cumplir con el programa de producción requerido?

- A) 4; 8 B) 5; 9 C) 6; 10
D) 7; 12 E) 5; 12

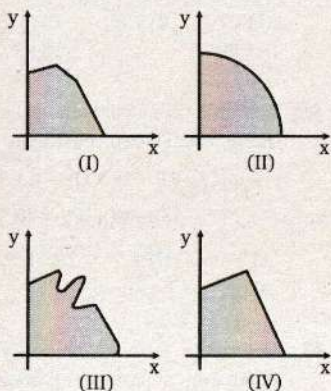
55. Se dispone de 210,000 nuevos soles en la BVL. Nos recomiendan dos tipos de acciones. Las del tipo A, rinden el 10% y las del tipo B, rinden el 8% anualmente. Decidimos invertir un máximo de 130,000 nuevos soles en las de tipo A y como mínimo 60,000 en las de tipo B. Además queremos que la inversión en las del tipo A sea a lo más el doble de la inversión en B. ¿Cuál es el máximo interés anual que podríamos obtener?

- A) 18400 B) 19400 C) 20200
D) 14200 E) 16200

56. Una compañía fabrica dos artefactos electrodomésticos, licuadoras y planchas. Cada licuadora da una ganancia de \$3.0 mientras que cada plancha da una ganancia de \$7.0. La compañía debe fabricar al menos una licuadora por día para el pedido de uno de sus clientes pero no más de 5. De la misma forma el número de planchas no puede exceder los 6 diarios, adicionalmente, el número de licuadoras no puede exceder el número de planchas. ¿Cuál será la ganancia máxima que se puede obtener en dicha compañía?

- A) 45 B) 50 C) 57
D) 59 E) 61

57. A continuación se muestra 4 regiones en el plano xy , indique cuál(es) de ellas representan la región factible de un problema de programación lineal.



- A) I - IV B) I - II C) II - III
D) II - IV E) III - IV

58. Sea " x " el número de decenas de sillas e " y " el número de decenas de mesas de mesas que fabrica una empresa de muebles. El administrador determina que la utilidad diaria está dada por $200x + 300y$ soles; con las restricciones de producción:

$$\begin{cases} x + y \leq 4 \\ 2x + 3y \leq 10 \\ 40x + 20y \leq 120 \\ x \geq 0 \\ y \geq 0 \end{cases}$$

Determine el número de decenas de mesas y sillas respectivamente de modo que la empresa de muebles obtenga la mayor utilidad diaria.

- A) 3 y 2 B) 2 y 2 C) 1 y 3
D) 2 y 3 E) 3 y 1

59. La solución de un sistema de ecuaciones lineales, no homogéneo es $(x_0; y_0)$; donde $x_0 = y_0$ dada según la regla de Cramer por

$$x_0 = \frac{\begin{vmatrix} m & -1 \\ n & 2 \end{vmatrix}}{d}; \quad y_0 = \frac{\begin{vmatrix} -4 & m \\ 5 & n \end{vmatrix}}{d}$$

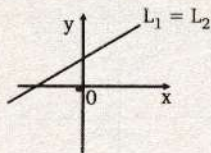
Si " m " y " n " son primos relativos; entonces un valor para $m + n + d$ es:

- A) -3 B) -1 C) 0
D) 2 E) 4

60. EL sistema de ecuaciones:

$$\begin{cases} ax + by = c \\ cx + ay = b \end{cases}$$

es representado gráficamente por:



Luego la relación correcta:

($a.b.c \neq 0$; $a, b, c, \in \mathbb{R}$) es:

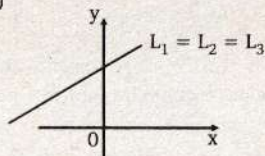
- A) $a^2 + b^2 + c^2 = ab + ac + bc$
 B) $a + b + c = abc$
 C) $a - b = b - a = a - 2c$
 D) $a^2 + b^2 + c^2 = 2(ab + ac + bc)$
 E) $a = 2b = 3c$

61. Dado el sistema de ecuaciones:

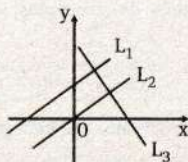
$$\begin{cases} a_1x + b_1y = c_1 \\ a_2x + b_2y = c_2 \\ a_3x + b_3y = c_3 \end{cases}$$

cuya representación geométrica son las rectas L_1 , L_2 y L_3 respectivamente.

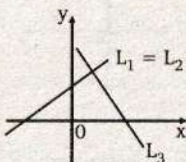
I)



II)



III)



Indique el valor de verdad de las siguientes proposiciones:

- p: I representa un sistema incompatible
 q: II representa un sistema compatible indeterminado (infinitas soluciones)
 r: III representa un sistema compatible determinado (solución única).

- A) FVV B) VVF C) FFF
 D) VVF E) FFV

62. Determine el mayor valor de "a" para que el sistema sea inconsistente.

$$\begin{cases} (a-2)x + (a+1)y = a+4 \\ 8x + (a+8)y = 30 \end{cases}$$

- A) 3 B) 4 C) 5
 D) 6 E) 7

63. Determine la suma de los valores enteros de "n" para que el sistema:

$$\begin{cases} nx - y = 5 \\ 2x + 3ny = 7 \end{cases}$$

tenga solución única y tal solución esté ubicada en el cuarto cuadrante del plano.

- A) 0 B) 1 C) 2
 D) 3 E) 4

64. Resolver:

$$\begin{cases} (a+b)x + (a-b)y = 2(a^2 + b^2 + a) \\ (a-b)x - (a+b)y = -2b \end{cases}$$

donde $a \neq b$

Dar el valor de $\frac{x-y}{2}$

- A) $2a$ B) b C) $2b$
D) $a+2b$ E) $a-2b$

65. Si k_1 y $k_2 \in \mathbb{R}$ son los valores para los cuales el sistema:

$$\begin{cases} (k-1)x - 4y = k+11 \\ x - (k+2)y = -2 \end{cases}$$

es compatible indeterminado e inconsistente, respectivamente, halle $k_1 - k_2$

- A) -5 B) -1 C) 1
D) 3 E) 5

66. Determine el valor de "a"; si el sistema es indeterminado.

$$\begin{cases} (a-1)x + ay = 4 \\ (a+1)x + (a+3)y = 8 \end{cases}$$

- A) 3 B) 4 C) 5
D) 6 E) 7

67. Dado el siguiente sistema de ecuaciones lineales:

$$(*) \begin{cases} ax + 2y = 6 \\ 3x - by = -1 \end{cases}$$

con $a > 0$ y $b > 1$

Indique la verdad (V) o falsedad (F) de las siguientes afirmaciones:

- I. (*) tiene solución única; y esta se encuentra en el 3er cuadrante.
II. Sea (x_0, y_0) una solución de (*); entonces $x_0 < 0$.
III. (*) No posee solución alguna.

- A) VVF B) FFV C) VFF
D) FVF E) FFF

68. Resolver:

$$\begin{cases} 3(1+\sqrt{2})x + 2(1-\sqrt{2})y = 6 \\ 2(1-\sqrt{2})x + 3(1+\sqrt{2})y = 6 \end{cases}$$

e indicar $2(x-y)$

- A) 0 B) 2 C) 4
D) 6 E) 8

69. Si el sistema:

$$\begin{bmatrix} 3m & 6 \\ 2 & m \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2 \\ 1 \end{bmatrix}$$

Tiene solución única en

$$A = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 / x-1 \geq y\}$$

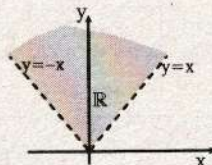
hallar los valores reales que puede admitir m.

- A) $[2; \infty)$ B) $[5; 7)$ C) $(0; 1)$
D) $(-\infty; \frac{5}{3})$ E) $[\frac{5}{3}; 2)$

70. Sea el sistema de ecuaciones lineales

$$(*) \begin{cases} 3mx + 6y = 2 \\ 2x + my = 1 \end{cases}$$

y una región $\mathbb{R}$ (ver figura)



Determine el siguiente conjunto $\{m \in \mathbb{R} / (*)\}$ tiene solución única y $(x, y) \in \mathbb{R}$

A) $\langle -2; +2 \rangle$ B) $\langle -2; +\infty \rangle$

C) $\langle -2; \frac{4}{3} \rangle$

D) $\langle 2; +\infty \rangle$ E) $\langle -\infty; 2 \rangle$

71. De un grupo de niñas y niños se retiran 15 niñas quedando dos niños por cada niña. Después se retiran 45 niños y quedan entonces cinco niñas por cada niño. ¿Cuántas niñas habían inicialmente?

A) 30 B) 40 C) 45
D) 50 E) 55

72. Considere el sistema de ecuaciones lineales (m parámetro)

$$(*) \begin{cases} x + y + z = 5 \\ x - y + z = m \\ 2x + y - z = 3 \end{cases}$$

Halle $A = \{m \in \mathbb{R} / (*) \text{ sea consistente e } x, y, z \text{ números reales no negativos}\}$

A) $[3; 5]$ B) $[-5; 3]$ C) $[-5; 5]$
D) $[-3; 5]$ E) $[5; 9]$

73. Determinar z en el sistema

$$\begin{cases} x - y + 3z = -4 \\ x + y + z = 2 \\ x + 2y - z = 6 \end{cases}$$

A) -1 B) 0 C) 1
D) 2 E) 3

74. Determinar yz en el sistema:

$$\begin{cases} x + y + z = 2 \\ 3x - 2y - z = 4 \\ -2x + y + 2z = 2 \end{cases}$$

A) -8 B) -6 C) -4
D) 0 E) 2

75. Resolver:

$$\begin{cases} 3x + y - 9 = -z \\ 2y - 2z = 6 \\ 15x - y = 26 \end{cases}$$

y calcular x, y, z

A) $\frac{4352}{7}$ B) $\frac{4352}{3993}$ C) $\frac{2176}{3993}$

D) $-\frac{7}{3}$ E) -1

76. Dado el sistema:

$$(*) \begin{cases} x + 2y - z = 8 \\ 2x - 3y + z = -1 \\ 3x - y + kz = 5 \end{cases}$$

Sea $A = \{k \in \mathbb{R} / (*) \text{ es consistente}\}$

Halle el menor elemento de A^c

A) -2 B) 1 C) 0
D) 1 E) 2

77. Dado el sistema de ecuaciones:

$$(*) \begin{cases} x + (m-1)y - z = 0 \\ (m-1)x + 3y + z = m \\ y + z = 1 \end{cases}$$

Indique la verdad o falsedad de las proposiciones siguientes:

- I. El sistema tiene solución única si $m \in \mathbb{R} - \{-1; 2\}$
II. Si $m = -1$ el sistema tiene infinitas soluciones.
III. Si $m = 2$; el sistema es incompatible

- A) VVV B) VVF C) VFF
D) VVF E) FVF

78. Si $(x_0; y_0; z_0)$ es solución del sistema

$$(*) \begin{cases} 6x + 5y + 6z = 0 \\ 5x + 3y + 4z = 0 \end{cases}$$

tal que $x_0 + y_0 + z_0 = -1$; entonces el valor $\min \{x_0; y_0; z_0\}$ es:

- A) -7 B) -6 C) -3
D) -2 E) -1

79. Dado el sistema:

$$\begin{cases} x - y + z = 0 \\ 2x + 3y + 4z = 750 \end{cases}$$

Hallar una solución $(x_0; y_0; z_0) \in \mathbb{N}^3$ y que x_0 sea el menor entero positivo.

Dar como respuesta $x_0 + y_0 + z_0$

- A) 200 B) 210 C) 216
D) 128 E) 220

80. Resolver:

$$\begin{cases} \frac{1}{x} + \frac{1}{y} - \frac{1}{z} = 6 \\ \frac{1}{x} - \frac{1}{y} + \frac{1}{z} = 4 \\ \frac{1}{y} + \frac{1}{z} = \frac{1}{x} \end{cases}$$

Dar como respuesta "xyz"

- A) $\frac{1}{30}$ B) $\frac{1}{20}$ C) $\frac{1}{5}$
D) $\frac{1}{10}$ E) $\frac{1}{6}$

81. Resolver:

$$\frac{x}{a} + \frac{y}{b} + \frac{z}{c} = \frac{x}{b} + \frac{y}{c} + \frac{z}{a} = \frac{x}{c} + \frac{y}{a} + \frac{z}{b} = \frac{1}{a} + \frac{1}{b} + \frac{1}{c}$$

Luego dar el valor de z.

- A) 1 B) 2 C) 3
D) 4 E) 5

82. Un veterinario desea controlar la dieta de un animal de modo que; mensualmente el animal consuma 60 libras de avena; 75 de maíz y 55 de soya; además de heno, pastura y agua, tiene 3 alimentos disponibles, cada uno con avena, maíz y soya, como se muestra en la tabla.

¿Cuántas onzas del alimento C se deben usar para obtener la mezcla deseada?

Sug.: 1 lb = 16 onzas

	Avena	Maíz	Soya
1 Lb del Alimento A	6 onzas	5 onzas	5 onzas
1 Lb del Alimento B	6 onzas	6 onzas	4 onzas
1 Lb del Alimento C	4 onzas	7 onzas	5 onzas

- A) 60 B) 70 C) 80
D) 90 E) 100

83. Un comerciante desea mezclar dos calidades de cacahuates que cuestan S/3 y S/4 por libra, respectivamente, con nueces de la india que cuestan S/6 por libra. Si el comerciante también desea que la cantidad de cacahuates de menor precio sea el doble de la de cacahuates de mejor

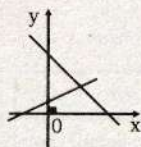
calidad, ¿cuántas libras de las nueces de la india se necesita para mezclar?

- A) 20 B) 40 C) 60
D) 80 E) 100

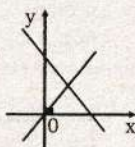
84. Un camión de entregas llega al almacén Villalobos con 8 cajas pequeñas y 5 grandes. El cobro total por las cajas, incluyendo el impuesto y los gastos de envío, es de S/184. El flete de una caja grande cuesta S/3 más que el de una caja pequeña. ¿Cuál es el costo de flete de cada una de las cajas?

Señalar la gráfica que mejor representa el enunciado del problema?

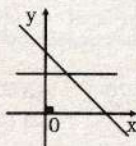
A)



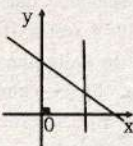
B)



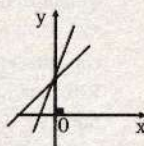
C)



D)



E)



85. Resolver:

$$\begin{cases} x^2 + y^2 = \frac{5}{2}xy & \dots\dots (1) \\ x - y = \frac{1}{4}xy & \dots\dots (2) \end{cases}$$

$xy \neq 0$

Hallar $x^2 + y^2$

- A) 18 B) 19 C) 20
D) 21 E) 22

86. Resolver:

$$\begin{cases} x^3 + y^3 = 7 & \dots\dots (1) \\ xy(x + y) = -2 & \dots\dots (2) \end{cases}$$

Dar como respuesta $x + y$

- A) -2 B) 0 C) 1
D) 2 E) 3

87. Hallar la suma de todos los valores de "x" e "y" que verifican el sistema.

$$\begin{cases} x + y + 6x^2 - 3y^2 = -17 \\ x - y - 4x^2 + 2y^2 = 12 \end{cases}$$

- A) $\frac{17}{9}$ B) $\frac{40}{23}$ C) $\frac{15}{7}$
D) 7 E) 11

88. Determine el número de soluciones reales que admite el sistema:

$$\begin{cases} x^2 \cdot y^2 - 5xy = -6 \\ (x + y)^2 - 7(x + y) = -12 \end{cases}$$

- A) 2 B) 4 C) 5
D) 6 E) 8

89. Hallar el área de la región determinada por:

$$\begin{cases} 2x + 3y \geq 6 \\ 2x + y \leq 6 \\ y \leq 4 \\ x \geq 0; y \geq 0 \end{cases}$$

- A) $5U^2$ B) $2U^2$ C) $1U^2$
D) $8U^2$ E) $7U^2$

90. Hallar el área definida por las desigualdades.

$$\begin{cases} x + y \leq 3 \\ x + 2y \geq 3 \\ x \geq 0; y \geq 0 \end{cases}$$

- A) $\frac{6}{4}U^2$ B) $\frac{7}{4}U^2$ C) $\frac{8}{4}U^2$
D) $\frac{9}{4}U^2$ E) $4U^2$

91. El conjunto solución del sistema

$$\begin{cases} 2y \leq 3x + 10 \\ 3x + 2y \leq 20 \\ 0 \leq x \leq 2 \\ y \geq 0 \end{cases}$$

Es una región poligonal

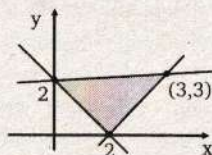
- A) No acotada
B) Triangular
C) Cuadrangular
D) Acotada y convexa
E) Hexagonal

92. Del gráfico:

La región sombreada es la solución gráfica del sistema de 3 inecuaciones, dos de las cuales son:

$$x + y - 2 \geq 0; \quad 3x - y - 6 \leq 0$$

¿Cuál es la inecuación faltante?

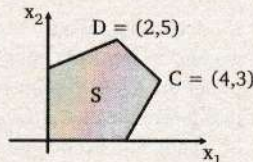


- A) $x - 3y - 6 \leq 0$ B) $2x - y + 3 \geq 0$
C) $x + 4y - 5 \geq 0$
D) $x - 3y + 6 \geq 0$ E) $2x - y + 1 \leq 0$

93. Sea $F(x_1; x_2) = ax_1 + bx_2$; $a; b \in \mathbb{Z}$
la función objetivo del problema (P).

$$(P) \begin{cases} \text{minimizar: } F(x_1; x_2) \\ \text{sujeito a: } (x_1; x_2) \in S \subset \mathbb{R}^2 \end{cases}$$

Si el lado $\overline{CD}$ de la región admisible S , que se indica es solución del problema P; determine $a+b$ de modo que el valor óptimo de F esté entre 20 y 25.



- A) 2 B) 4 C) 6
D) 8 E) 10

94. El mínimo valor de la función:

 $z = 4x + 6y$; sujeta a las restricciones

$$\begin{cases} 4x + y > 240 \\ 2x + 3y > 420 \\ x + 3y > 300 \\ x \geq 0 \\ y \geq 0 \end{cases}$$

es:

- A) 600 B) 840 C) 920
D) 960 E) 50

95. Maximizar
- $f(x; y) = 3x + 8y$
- sujeto a:

$$\begin{cases} 4x + 5y \leq 40 \\ 2x + 5y \leq 30 \\ x \geq 0; y \geq 0 \end{cases}$$

- A) 45 B) 46 C) 47
D) 48 E) 50

96. Maximizar la función
- $z(x; y) = 3x + y$
- sujeto a las restricciones:

$$\begin{cases} 2x + y \leq 8 \\ 2x + 3y \leq 12 \\ x \geq 0; y \geq 0 \end{cases}$$

- A) 4 B) 8 C) 10
D) 11 E) 12

97. Un fabricante desea maximizar la ganancia generada por sus dos productos A y B. El primero produce una ganancia de S/1.50 por unidad y el segundo S/2.00 por unidad. pruebas de mercado y recursos disponibles han indicado las siguientes restricciones:

I. El nivel de producción combinado no debe exceder 1200 unidades mensuales.

II. La demanda del producto B es menor o igual que la mitad de la demanda del producto A.

III. El nivel de producción del artículo A es menor o igual que 600 unidades más 3 veces el nivel de producción del artículo B

Halle la diferencia de las cantidades producidas del artículo A y el artículo B.

- A) 2000 B) 1200 C) 800
D) 400 E) 0

98. Una fábrica de muebles produce dos tipos de escritorios, Tipo I y tipo II; en los departamentos de corte; armado y acabado. El número de horas disponibles en cada departamento son de 80h; 220h y 210h respectivamente. Las horas que se requieren en la producción de cada departamento para cada tipo de escritorio se da en la siguiente tabla:

	Corte	Armado	Acabado
Tipo I	1H	3H	2H
Tipo II	1H	2H	3H

Si la utilidad para cada unidad de escritorios del tipo I y del tipo II son S/.5 y S/.6; respectivamente, ¿cuántas horas de las disponibles no se utilizan en el departamento de armado cuando la unidad es máxima?

- A) 50h B) 40h C) 30h
D) 10h E) 0h

99. Una compañía fabrica dos modelos de fax A y B. La producción de cada modelo A cuesta S/. 200 y la de cada modelo B; S/. 300, las ganancias son de S/. 25 por cada modelo A y S/. 40 por cada B. Si el número total de máquinas de fax solicitadas mensualmente no puede exceder 2500 y la compañía ha asignado no más de S/. 600 000 por mes para gastos de producción. ¿Cuántas unidades de cada modelo A y B (en ese orden) deben fabricarse al mes para maximizar las ganancias mensuales?

A) 1500; 1000 B) 0; 2000
C) 2500; 0
D) 2000; 0 E) 1000; 1500

100. La empresa BIC-UNI dispone de 80 kg de acero y 20 kg de aluminio y quiere fabricar bicicletas de paseo y de carrera para vender respectivamente a 500 y 900 soles cada una. Para la de paseo empleará 1 kg de acero y 3 kg de aluminio y para la carrera 2 kg de cada metal. Si desea obtener el máximo beneficio. ¿Cuántas bicicletas de paseo y de carrera deberá fabricar?

A) 20 y 40 B) 30 y 50
C) 20 y 30
D) 30 y 60 E) 15 y 25

RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS**Resolución 1:**

Multiplicación por 5 a la ecuación (I) se consigue:

$$\frac{5}{x} + \frac{5}{y} = \frac{25}{6}$$

Ahora reconocemos que la ecuación (II) establece que:

$$\frac{77}{x} - \frac{5}{y} = \frac{11}{6}$$

Sumando estas dos últimas ecuaciones, obtenemos:

$$\frac{5}{x} + \frac{7}{x} = \frac{25}{6} + \frac{11}{6}$$

Efectuando las operaciones indicadas:

$$\frac{12}{x} = \frac{36}{6} \Rightarrow x = 2$$

Luego reemplazando $x = 2$ en (1); se obtiene:

$$\frac{1}{2} + \frac{1}{y} = \frac{5}{6}$$

Transponiendo y efectuando se obtiene:

$$\frac{1}{y} = \frac{5}{6} - \frac{1}{2} \Rightarrow y = 3$$

Finalmente el conjunto solución del sistema será:

$$C.S : \{(2; 3)\}$$

Rpta.: A

Resolución 2:

Recordemos la siguiente propiedad de proporciones:

$$\frac{m}{n} = \frac{p}{q} \Leftrightarrow \frac{m+n}{m-n} = \frac{p+q}{p-q}$$

Aplicando esta propiedad en la ecuación (I):

$$\frac{(x+y) + (x-y)}{(x+y) - (x-y)} = \frac{a+(b-c)}{a-(b-c)}$$

Quitando paréntesis y reduciendo:

$$\frac{x}{y} = \frac{a+b-c}{a-b+c} \Rightarrow x = \left(\frac{a+b-c}{a-b+c} \right) y \dots (III)$$

Reemplazando el valor obtenido para "x" en la ecuación (II); se tendrá:

$$\frac{\left(\frac{a+b-c}{a-b+c}\right)y+c}{y+b} = \frac{a+b}{a+c}$$

Multiplicando en aspa, se obtiene:

$$\left(\frac{a+b-c}{a-b+c}\right)(a+c)y + (a+c)c = (a+b)y + (a+b)b$$

Transponiendo todos los términos en y; al 1er miembro; se obtiene:

$$\left(\frac{a+b-c}{a-b+c}\right)(a+c)y - (a+b)y = (a+b)b - (a+c)c$$

Efectuando operaciones en cada miembro; se establece que:

$$\left[\frac{(a+b-c)(a+c) - (a-b+c)(a+b)}{a-b+c}\right]y =$$

$$= ab + b^2 - ac - c^2$$

Luego de efectuar las multiplicaciones indicadas en el corchete; nos queda:

$$\left[\frac{ab - ac + b^2 - c^2}{a - b + c}\right]y = ab + b^2 - ac - c^2$$

Finalmente; luego de simplificar en cada miembro; encontramos que:

$$y = a - b + c \dots\dots\dots (IV)$$

Por último reemplazando (IV) en (III) obtenemos:

$$\therefore C.S = \{(a + b - c; a - b + c)\}$$

Rpta.: B

Resolución 3:

Dividiendo a ambos miembros de (I) por xy:

$$\frac{5}{y} + \frac{4}{x} = \frac{1}{6} \dots\dots\dots (\alpha)$$

Dividiendo a ambos miembros de (II) por xz:

$$\frac{3}{z} + \frac{2}{x} = \frac{1}{8} \dots\dots\dots (\beta)$$

Dividiendo a ambos miembros de (III) por yz:

$$\frac{3}{z} + \frac{5}{y} = \frac{1}{6} \dots\dots\dots (\theta)$$

Igualando los primeros miembros de (α) y (θ) se consigue:

$$\frac{5}{y} + \frac{4}{x} = \frac{3}{z} + \frac{5}{y} \Rightarrow z = \frac{3x}{4} \dots\dots\dots (IV)$$

Reemplazando (IV) en (β); se obtiene:

$$\frac{\frac{3}{3x} + \frac{2}{x} = \frac{1}{8}}{\frac{4}{x}} \Rightarrow \frac{4}{x} + \frac{2}{x} = \frac{1}{8}$$

Resolviendo encontramos que: $x = 48$

Al reemplazar en (IV) : $z = 36$

Reemplazando estos valores en (α), obtenemos:

$$\frac{5}{y} + \frac{4}{48} = \frac{1}{6}$$

$$\Rightarrow y = 60$$

Rpta.: C

Resolución 4:

En (I) multiplicamos a ambos miembros por (S):

$$\frac{ms}{x-a} + \frac{ns}{y-b} = \frac{ms-ns}{b-a} \dots\dots(III)$$

En (II) multiplicamos a ambos miembros por (n):

$$\frac{nr}{x-a} - \frac{ns}{y-b} = \frac{nr+ns}{b-a} \dots\dots(III)$$

Luego sumando miembro a miembro (III) y (IV); obtenemos:

$$\frac{\cancel{ms} + \cancel{nr}}{x-a} = \frac{\cancel{ms} + \cancel{nr}}{b-a}$$

Simplificando nos queda:

$$\frac{1}{x-a} = \frac{1}{b-a}$$

Multiplcando en aspa y despejando:

$$x - a = b - a$$

$$\Rightarrow x = b$$

Rpta.: A

Resolución 5:

Sumando todas las ecuaciones miembro a miembro, se obtiene:

$$3(x + y + z + w) = 69$$

$$\Rightarrow x + y + z + w = 23 \dots\dots(V)$$

luego sustituyendo sucesivamente en (V); tendremos:

$$(IV) \text{ en } (V) : 20 + x = 23 \Rightarrow x = 3$$

$$(III) \text{ en } (V) : 18 + y = 23 \Rightarrow y = 5$$

$$(II) \text{ en } (V) : 16 + z = 23 \Rightarrow z = 7$$

$$(I) \text{ en } (V) : 15 + w = 23 \Rightarrow w = 8$$

Finalmente el valor pedido será:

$$x - y + z - w = -3$$

Rpta.: D

Resolución 6:

Nuestra estrategia consistirá en transformar cada ecuación dada; sumando 1 a ambos miembros con la finalidad de factorizar en el primer miembro:

De (1):

$$xy + x + y + 1 = 23 + 1$$

Agrupando:

$$(xy + x) + (y + 1) = 24$$

Factorizando lo indicado:

$$x(y + 1) + (y + 1) = 24$$

Factorizando $(y + 1)$:

$$(y + 1)(x + 1) = 24 \dots\dots (\alpha)$$

De (2):

$$xz + x + z + 1 = 41 + 1$$

Agrupando:

$$(xz + x) + (z + 1) = 42$$

Factorizando lo indicado:

$$x(z + 1) + (z + 1) = 42$$

Factorizando $(z + 1)$:

$$(z + 1)(x + 1) = 42 \dots\dots (\beta)$$

De (3):

$$yz + y + z + 1 = 27 + 1$$

Agrupando:

$$(yz + y) + (z + 1) = 28$$

Factorizando lo indicado:

$$y(z + 1) + (z + 1) = 28$$

Factorizando $(z + 1)$:

$$(z + 1)(y + 1) = 28 \dots\dots (θ)$$

Luego multiplicando miembro a miembro $(α)$; $(β)$ y $(θ)$; se obtiene:

$$(x + 1)^2 (y + 1)^2 (z + 1)^2 = 24 \cdot 42 \cdot 28$$

Extrayendo raíz cuadrada se consigue:

$$(x + 1)(y + 1)(z + 1) = 7 \cdot 8 \cdot 3 \dots\dots (4)$$

Finalmente dividiendo miembro a miembro (4) entre $(α)$; se tendrá:

$$\frac{(x + 1)(y + 1)(z + 1)}{(x + 1)(y + 1)} = \frac{7 \cdot 8 \cdot 3}{24}$$

Simplificando en cada miembro; tendremos:

$$z + 1 = 7 \Rightarrow z = 6$$

finalmente el valor pedido será:

$$z^2 = 36$$

Rpta.: B

Resolución 7:

El sistema dado es un típico caso en el que resulta conveniente aplicar la regla de Cramer. Veamos:

Primero hallaremos los determinantes aplicando el método de Sarrus:

$$\Delta_s = \begin{vmatrix} 2 & 3 & -5 \\ 5 & -2 & 1 \\ 3 & -1 & 2 \end{vmatrix} \Rightarrow \Delta_s = -32$$

$$\Delta_y = \begin{vmatrix} 2 & 8 & -5 \\ 5 & 9 & 1 \\ 3 & 9 & 2 \end{vmatrix} \Rightarrow \Delta_y = -128$$

$$\Delta_x = \begin{vmatrix} 8 & 3 & 5 \\ 9 & -2 & 1 \\ 9 & -1 & 2 \end{vmatrix} \Rightarrow \Delta_x = -96$$

$$\Delta_z = \begin{vmatrix} 2 & 3 & 8 \\ 5 & -2 & 9 \\ 3 & -1 & 9 \end{vmatrix} \Rightarrow \Delta_z = -64$$

Finalmente:

$$x = \frac{\Delta_x}{\Delta_s} = \frac{-96}{-32} \Rightarrow x = 3$$

$$z = \frac{\Delta_z}{\Delta_s} = \frac{-64}{-32} \Rightarrow z = 2$$

$$y = \frac{\Delta_y}{\Delta_s} = \frac{-128}{-32} \Rightarrow y = 4$$

$$C.S. = \{(3; 4; 2)\}$$

Rpta.: D

Resolución 8:

Con la finalidad de aplicar la regla de Cramer; ordenamos y completamos cada ecuación del sistema del modo siguiente:

$$\begin{cases} 1x - 2y + 0z = -13 \\ 0x + 3y + 2z = 19 \\ 3x + 4y - 1z = 9 \end{cases}$$

A continuación hallaremos los determinantes

$$\Delta_s = \begin{vmatrix} 1 & -2 & 0 \\ 0 & 3 & 2 \\ 3 & 4 & -1 \end{vmatrix} \Rightarrow \Delta_s = -23$$

$$\Delta_y = \begin{vmatrix} 1 & -13 & 0 \\ 0 & 19 & 2 \\ 3 & 9 & -1 \end{vmatrix} \Rightarrow \Delta_y = -115$$

$$\Delta_x = \begin{vmatrix} -13 & -2 & 0 \\ 19 & 3 & 2 \\ 9 & 4 & -1 \end{vmatrix} \Rightarrow \Delta_x = 69$$

$$\Delta_z = \begin{vmatrix} 1 & -2 & -13 \\ 0 & 3 & 19 \\ 3 & 4 & 9 \end{vmatrix} \Rightarrow \Delta_z = -46$$

Finalmente:

$$x = \frac{\Delta_x}{\Delta_s} = \frac{69}{-23} \Rightarrow x = -3$$

$$y = \frac{\Delta_y}{\Delta_s} = \frac{-115}{-23} \Rightarrow y = 5$$

$$z = \frac{\Delta_z}{\Delta_s} = \frac{-46}{-23} \Rightarrow z = 2$$

$$\therefore x + y + z = 4$$

Rpta.: A

Resolución 9: Multiplicando por (4) a la ecuación (1); se consigue:

$$\frac{4}{x} + \frac{12}{y+1} = \frac{20}{4}$$

A continuación la ecuación (2) establece que:

$$\frac{4}{x} - \frac{7}{y+1} = \frac{1}{4}$$

Restando miembro a miembro ambas ecuaciones; obtenemos:

$$\frac{19}{y+1} = \frac{19}{4}$$

Simplificando y despejando; obtenemos:

$$\frac{1}{y+1} = \frac{1}{4} \Rightarrow y = 3$$

Luego reemplazando $y = 3$ en la ecuación (1) se consigue:

$$\frac{1}{x} + \frac{3}{4} = \frac{5}{4} \Rightarrow x = 2$$

$$\therefore C.S = \{(2; 3)\}$$

Rpta.: E

Resolución 10: Transponiendo los términos independientes del sistema; este será equivalente a:

$$\begin{cases} x + ay + a^2z = -a^3 \\ x - by + b^2z = -b^3 \\ x - cy + c^2z = -c^3 \end{cases}$$

Salta a la vista que la solución del sistema resultará más directa si empleamos la regla de Cramer; en donde el valor de la incógnita "y" se podrá calcular así:

$$y = \frac{\Delta_y}{\Delta_s} \dots (4)$$

hallemos los determinantes:

$$\Delta_s = \begin{vmatrix} 1 & a & a^2 \\ 1 & b & b^2 \\ 1 & c & c^2 \end{vmatrix}$$

$$\Rightarrow \Delta_s = (b-a)(c-b)(c-a)$$

$$\Delta_y = \begin{vmatrix} 1 & -a^3 & a^2 \\ 1 & -b^3 & b^2 \\ 1 & -c^3 & c^2 \end{vmatrix}$$

$$\Rightarrow \Delta_y = (b-a)(c-a)(c-b)(ab+bc+ac)$$

Ahora si reemplazamos en (4); se consigue:

$$y = \frac{(b-a)(c-a)(c-b)(ab+bc+ac)}{(b-a)(c-b)(c-a)}$$

Finalmente nos queda:

$$y = ab + bc + ac$$

Rpta.: E

Resolución 11: El sistema dado será indeterminado si se cumple que:

$$\frac{3}{5} = \frac{2m}{2(m+2)} = \frac{n+2}{30}$$

De la igualdad indicada; se obtiene:

$$3(m+2) = 5m \Rightarrow m = 3$$

Rpta.: C

Resolución 12: El sistema dado será compatible determinado si se cumple que:

$$\begin{vmatrix} 3a & 7 \\ 2a & 5 \end{vmatrix} \neq 0; \text{es decir:}$$

$$15a - 14a \neq 0$$

$$\Rightarrow a \neq 0$$

Rpta.: D

Resolución 13: Observar que en la única ecuación dada existen 2 incógnitas, es decir, existen más incógnitas que ecuaciones.

Luego se puede deducir que la ecuación es indeterminada, en consecuencia ésta se resolverá así:

$$5x - 3y = 10$$

Es recomendable despejar la incógnita de menor coeficiente:

$$y = \frac{5x - 10}{3}$$

Transformando convenientemente al segundo miembro para que el análisis sea más fácil, se consigue:

$$y = (x - 3) + \frac{2x - 1}{3} \dots\dots (1)$$

Por condición $x \wedge y$; son menores enteros, luego podemos deducir que el 2do sumando, También es un número entero, es decir:

$$\frac{2x - 1}{3} = K; (K \text{ es un número entero})$$

Despejando, tendremos:

$$x = \frac{3K + 1}{2}$$

Acomodando la expresión:

$$x = K + \frac{K + 1}{2} \dots\dots (2)$$

Nuevamente debemos reconocer que:

$$\frac{K + 1}{2} = T; (T, \text{ es un número entero})$$

Despejando encontramos:

$$K = 2T - 1$$

Luego reemplazando en (2) se obtiene:

$$\begin{aligned} x &= (2T - 1) + T \\ \Rightarrow x &= 3T - 1 \dots\dots (\alpha) \end{aligned}$$

Reemplazando (α) en (1); tendremos:

$$\begin{aligned} y &= (3T - 1) - 3 + 2T - 1 \\ \Rightarrow y &= 5T - 5 \dots\dots (\beta) \end{aligned}$$

Finalmente si en (α) y (β) damos valores enteros y positivos a "T", obtenemos valores enteros no negativos para $x \wedge y$.

$$T = 1; 2; 3; 4 \dots\dots$$

$$x = 2; 5; 8; 11 \dots\dots$$

$$y = 0; 5; 10; 15 \dots\dots$$

Rpta.: E

Resolución 14:

Siguiendo el mismo procedimiento del problema anterior, la ecuación dada se resolverá del siguiente modo:

Despejando la incógnita de menor coeficiente:

$$x = \frac{3y + 7}{2}$$

Acomodando; la expresión queda así:

$$x = (y + 3) + \frac{y + 1}{2} \dots\dots (1)$$

Como $x \wedge y$ son $\mathbb{Z}^+$; deducimos que:

$$\frac{y + 1}{2} = T/T \in \mathbb{Z}^+$$

Al despejar encontramos que:

$$y = 2T - 1 \dots\dots (\alpha)$$

Reemplazando (α) en (1) y despejando se consigue:

$$x = 3T + 2 \dots\dots (\beta)$$

Finalmente dando valores $\mathbb{Z}^+$ a "T" en (α) y (β) , obtenemos los valores buscados para $x \wedge y$.

$$T = 1; 2; 3; 4; \dots\dots$$

$$x = 5; 8; 11; 14; \dots\dots$$

$$y = 1; 3; 5; 7; \dots\dots$$

De los valores indicados en los distractores; el único valor para "x" que no satisface la ecuación es:

$$x = 9$$

Rpta.: C

Resolución 15:

Podemos observar que:

$x = -b/a$; es una ecuación compatible indeterminada con infinitas soluciones si:

$$a = 0 \wedge b = 0$$

Luego sumando miembro a miembro las ecuaciones del sistema dado; se consigue:

$$\lambda(x + y + z) + (x + y + z) = 1 + \lambda$$

$$(\lambda + 1)(x + y + z) = \lambda + 1$$

Podemos observar que el sistema admitirá infinitas soluciones si:

$$\lambda + 1 = 0 \Rightarrow \lambda = -1$$

Rpta.: D

Resolución 16: En primer lugar podemos decir que el sistema dado equivale a:

$$\begin{cases} a_{11}x + a_{12}y = b_1 \\ a_{21}x + a_{22}y = b_2 \dots (1) \end{cases}$$

En (1); hemos supuesto que:

$$A = \begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{vmatrix}$$

De aquí podemos observar que:

$$\det(A) = a_{11} \cdot a_{22} - a_{21} \cdot a_{12}$$

Según todas proposiciones:

$$\det(A) \neq 0$$

Esto significa que:

$$a_{11} \cdot a_{22} - a_{21} \cdot a_{12} \neq 0$$

$$a_{11} \cdot a_{22} \neq a_{21} \cdot a_{12}$$

Dividiendo entre $a_{22} \cdot a_{21}$; tendremos:

$$\frac{a_{11}}{a_{21}} \neq \frac{a_{12}}{a_{22}} \dots (2)$$

Teniendo en cuenta lo expuesto en la teoría, la relación (2) nos permite afirmar que el sistema presenta solución única.

Por dato; la solución del sistema (1) se obtiene de:

$$\begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 3 \\ 0 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} -2.T \\ 1.T \end{bmatrix}$$

De este sistema se deduce que:

$$x = 3 - 2T \wedge y = T$$

Considerando la relación (2) y "T" como un valor fijo podemos concluir que: $\det(A) \neq 0$ y el sistema corresponde a dos rectas que se intersectan en un solo punto.

Rpta.: B

Resolución 17: El sistema dado será compatible si se cumple que:

$$\begin{vmatrix} 2 & 3 & 8 \\ m & -1 & 37 \\ 3 & 8 & m \end{vmatrix} = 0$$

Desarrollando el determinante por el método de Sarrus y resolviendo la ecuación; se obtiene:

$$m = 5$$

Reemplazando en (1):

$$2x + 3y = 8$$

Reemplazando en (2):

$$5x + y = 37$$

Resolviendo este último sistema por el método de reducción; se obtiene:

$$x = 7 \wedge y = -2$$

Finalmente el valor pedido será:

$$E = 5 - (7 - 2) = 0$$

Rpta.: A

Resolución 18: Efectuando $3(I) + 5(II)$ se obtiene:

$$\frac{9}{3x - 2y + 3} + \frac{35}{3x - 2y + 3} = -\frac{12}{21} + \frac{40}{15}$$

Efectuando las operaciones indicadas:

$$\frac{44}{3x - 2y + 3} = \frac{44}{21}$$

Despejando, encontramos que:

$$3x - 2y + 3 = 21 \dots\dots (\alpha)$$

Reemplazando (α) en (I) ; se consigue:

$$\frac{3}{21} + \frac{5}{x + 4y - 7} = -\frac{4}{21}$$

Transponiendo términos y efectuando:

$$\frac{5}{x + 4y - 7} = -\frac{1}{3}$$

y despejando, encontramos que:

$$x + 4y - 7 = -15 \dots\dots (\theta)$$

Resolviendo (α) y (θ) , por el mismo método de reducción, tendremos:

$$\begin{cases} 3x - 2y = 18 \\ x + 4y = -8 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 6x - 4y = 36 \dots\dots (\beta) \\ x + 4y = -8 \dots\dots (\lambda) \end{cases}$$

$$\Sigma: \quad 7x = 28 \Rightarrow x = 4$$

Reemplazando este resultado en (λ) ; se tendrá:

$$y = -3$$

finalmente el valor pedido será:

$$x - y = 4 - (-3) = 7$$

Rpta.: C

Resolución 19: El sistema lineal homogéneo dado; será indeterminado si se cumple que:

$$\begin{vmatrix} 2 & -5 & 3 \\ 1 & -1 & 1 \\ 3 & k & 1 \end{vmatrix} = 0$$

Desarrollando el determinante según el método de Sarrus; se consigue:

$$(-2 + 3k - 15) - (-9 - 5 + 2k) = 0$$

Efectuando las operaciones indicadas y reduciendo; nos queda:

$$k - 3 = 0 \Rightarrow k = 3$$

Rpta.: B

Resolución 20: Dada las características del sistema dado, aplicaremos la regla de Cramer. Para ello hallaremos los determinantes:

$$\Delta_s = \begin{vmatrix} 2 & 3 & -1 \\ 3 & -4 & 1 \\ 3 & 2 & 3 \end{vmatrix} \Rightarrow \Delta_s = -66$$

$$\Delta_x = \begin{vmatrix} -3 & 3 & -1 \\ 9 & -4 & 1 \\ 9 & 2 & 3 \end{vmatrix} \Rightarrow \Delta_x = -66$$

$$\Delta_y = \begin{vmatrix} 2 & -3 & -1 \\ 3 & 9 & 1 \\ 5 & 9 & 3 \end{vmatrix} \Rightarrow \Delta_y = 66$$

$$\Delta_z = \begin{vmatrix} 2 & 3 & -3 \\ 3 & -4 & 9 \\ 5 & 2 & 9 \end{vmatrix} \Rightarrow \Delta_z = -132$$

Finalmente:

$$x = \frac{\Delta_x}{\Delta_s} \Rightarrow x = 1$$

$$y = \frac{\Delta_y}{\Delta_s} \Rightarrow y = -1$$

$$z = \frac{\Delta_z}{\Delta_s} \Rightarrow z = 2$$

El valor pedido es: $xyz = -2$

Rpta.: D

Resolución 21: De acuerdo con la teoría; los sistemas dados serán equivalentes si ellos admiten las mismas soluciones. Corresponde entonces resolver cada sistema para luego igualar sus soluciones. Veamos:

Resolvemos el 1er sistema según el método de reducción, haciendo (I) - (II):

$$2y = a - b$$

Despejando encontramos que:

$$y = \frac{a - b}{2}$$

Reemplazando este resultado en (I):

$$x - \frac{a - b}{2} = a$$

Transponiendo términos; obtenemos:

$$x = \frac{3a - b}{2}$$

Luego la solución del sistema será:

$$x = \frac{3a - b}{2} \wedge y = \frac{a - b}{2} \dots\dots (\alpha)$$

Ahora resolvemos el 2do. sistema por el mismo método de reducción; haciendo (III) + (IV):

$$(b+1)y = c + 6$$

y despejando; encontramos que:

$$y = \frac{c + 6}{b + 1}$$

Reemplazando este resultado en (IV):

$$x + \frac{c + 6}{b + 1} = 6$$

Luego de despejar y efectuar operaciones:

$$x = \frac{6b - c}{b + 1}$$

Luego la solución del sistema será:

$$x = \frac{6b - c}{b + 1} \wedge y = \frac{c + 6}{b + 1} \dots\dots (\theta)$$

Seguidamente y por condición del problema; de (α) y (θ) ; tendremos:

Igualando las x:

$$\frac{3a - b}{2} = \frac{6b - c}{b + 1} \dots\dots (V)$$

Igualando las y:

$$\frac{a - b}{2} = \frac{c + 6}{b + 1} \dots\dots (VI)$$

Efectuando: (V) + (VI) conseguimos:

$$\frac{4a - 2b}{2} = \frac{6b + 6}{b + 1}$$

Simplificando obtenemos que:

$$2a - b = 6 \dots\dots (\beta)$$

Pero por dato se sabe que:

$$2a + b = -14 \dots\dots (\lambda)$$

Sumando miembro a miembro; se obtiene:

$$4a = -8 \Rightarrow a = -2$$

Reemplazando en (λ) se obtendrá:

$$b = -10$$

Finalmente reemplazando estos resultados en (V) ; se obtendrá el valor de: c

$$\frac{3(-2) - (-10)}{2} = \frac{6(-10) - c}{-10 + 1}$$

Efectuando y despejando concluimos que:

$$2 = \frac{60 + c}{9} \Rightarrow c = -42$$

Rpta.: E

Resolución 22:

La presentación de las ecuaciones nos permiten reconocer fácilmente que se trata de un sistema lineal de 3 ecuaciones con 3 incógnitas. Ahora dadas las características de estas ecuaciones, procederemos a su resolución utilizando para ello un parámetro k ; veamos:

De (I) ; tendremos que:

$$\frac{x}{a} = \frac{y}{b} = \frac{z}{c} = k$$

Despejando; tendremos:

$$x = ak \wedge y = bk \wedge z = ck \dots\dots (III)$$

Reemplazando (III) en (II) se consigue:

$$mak + nbk + pck = 3$$

Factorizando k ; tendremos:

$$(ma + nb + pc)k = 3$$

Despejando; nos queda:

$$k = \frac{3}{ma + nb + pc}$$

Finalmente reemplazando este resultado en (III) :

$$y = \frac{3b}{ma + nb + pc}$$

Rpta.: D

Resolución 23: Dividiendo (I) por $12xy$:

$$\frac{x+y}{xy} = \frac{5}{12} \Rightarrow \frac{1}{x} + \frac{1}{y} = \frac{5}{12} \dots\dots (\alpha)$$

Dividiendo (II) por $18yz$:

$$\frac{y+z}{yz} = \frac{5}{18} \Rightarrow \frac{1}{y} + \frac{1}{z} = \frac{5}{18} \dots\dots (\beta)$$

Dividiendo (III) por $36xz$:

$$\frac{x+z}{xz} = \frac{13}{36} \Rightarrow \frac{1}{x} + \frac{1}{z} = \frac{13}{36} \dots\dots (\theta)$$

Efectuando: $(\alpha) + (\beta) + (\theta)$; se tiene:

$$\frac{2}{x} + \frac{2}{y} + \frac{2}{z} = \frac{5}{12} + \frac{5}{18} + \frac{13}{36}$$

Luego de efectuar operaciones; obtenemos:

$$2\left(\frac{1}{x} + \frac{1}{y} + \frac{1}{z}\right) = \frac{38}{36}$$

Simplificando; nos queda:

$$\frac{1}{x} + \frac{1}{y} + \frac{1}{z} = \frac{19}{36} \dots\dots (\lambda)$$

Esta última expresión será la clave para poder determinar cada una de las incógnitas. Para ello requerimos sustituir sucesivamente las expresiones anteriores en (λ) . Observa:

Reemplazando (α) en (λ) :

$$\frac{5}{12} + \frac{1}{z} = \frac{19}{36} \Rightarrow z = 9$$

Reemplazando (β) en (λ) :

$$\frac{1}{x} + \frac{5}{18} = \frac{19}{36} \Rightarrow x = 4$$

Reemplazando (θ) en (λ) :

$$\frac{1}{y} + \frac{13}{36} = \frac{19}{36} \Rightarrow y = 6$$

Finalmente el valor pedido; será:

$$x + y - z = 4 + 6 - 9$$

$$x + y - z = 1$$

Rpta.: A

Resolución 24: Multiplicando (I) . (II) . (III):

$$(x+1)^2(y+1)^2(z+1)^2 = 24 \cdot 18 \cdot 12$$

Aplicando los teoremas de exponentes:

$$[(x+1)(y+1)(z+1)]^2 = (12)^2 \cdot 36$$

Extrayendo raíz cuadrada a ambos miembros se consigue:

$$(x + 1)(y + 1)(z + 1) = 72 \dots\dots (IV)$$

Luego como se pide el valor de "x" será suficiente dividir (IV) entre (III):

$$\frac{(x + 1)(y + 1)(z + 1)}{(y + 1)(z + 1)} = \frac{72}{12}$$

Simplificando; tendremos que:

$$x + 1 = 6 \Rightarrow x = 5$$

Rpta.: E

Resolución 25:

Sumando todas las ecuaciones del sistema tenemos:

$$7(\sqrt[3]{x} + \sqrt[3]{y} + \sqrt[3]{z}) = 77$$

Simplificando; se consigue establecer que:

$$\sqrt[3]{x} + \sqrt[3]{y} + \sqrt[3]{z} = 11 \dots\dots (IV)$$

A continuación reacomodaremos cada ecuación del sistema con la finalidad de reemplazar en ellas la relación (IV):

Reacomodando la ecuación (I):

$$\sqrt[3]{x} + \sqrt[3]{y} + \sqrt[3]{z} + 4\sqrt[3]{z} = 39 \dots\dots (V)$$

Reemplazando (IV) en (V); tendremos:

$$11 + 4\sqrt[3]{z} = 39 \Rightarrow 4\sqrt[3]{z} = 28$$

Simplificando y elevando al cubo:

$$z = 7^3 \Rightarrow z = 343$$

Reacomodando la ecuación (II):

$$\sqrt[3]{x} + \sqrt[3]{y} + \sqrt[3]{z} + 4\sqrt[3]{y} = 31 \dots\dots (VI)$$

Reemplazando (IV) en (VI); tendremos:

$$11 + 4\sqrt[3]{y} = 31 \Rightarrow 4\sqrt[3]{y} = 20$$

Simplificando y elevando al cubo:

$$y = 5^3 \Rightarrow y = 125$$

Reacomodando la ecuación (III):

$$\sqrt[3]{x} + \sqrt[3]{y} + \sqrt[3]{z} + 4\sqrt[3]{x} = 7 \dots\dots (VII)$$

Reemplazando (IV) en (VII); tendremos:

$$11 + 4\sqrt[3]{x} = 7 \Rightarrow 4\sqrt[3]{x} = -4$$

Simplificando y elevando al cubo:

$$x = -1$$

Finalmente el valor pedido sera:

$$xy + z = (-1)(125) + 343$$

$$xy + z = 218$$

Rpta.: B

Resolución 26:

Dado que el valor de "x" es conocido; trataremos de eliminar "y" con la finalidad de obtener una nueva ecuación en función de la incógnita "a".

Haciendo transposición de términos en (I); tendremos:

$$(2a + 1)x - 1 = (a + 3)y$$

Haciendo transposición de términos en (II); tendremos:

$$(2a - 1)x + 1 = (a + 2)y$$

Ahora dividiendo miembro a miembro estas dos ecuaciones, obtenemos:

$$\frac{(2a + 1)x - 1}{(2a - 1)x + 1} = \frac{(a + 3)y}{(a + 2)y}$$

Simplificando "y" y sustituyendo $x=5$; se obtiene:

$$\frac{(2a + 1)5 - 1}{(2a - 1)5 + 1} = \frac{(a + 3)}{(a + 2)}$$

Efectuando operaciones:

$$5(2a + 1)(a + 2) - a - 2 = 5(2a - 1)(a + 3) + a + 3$$

Reduciendo términos; encontramos:

$$8 - a = a - 12 \Rightarrow a = 10$$

Rpta.: D

Resolución 27:

Transformando cada ecuación del sistema así:

De (I):

$$\frac{3x + 2y}{xy} = \frac{7}{4} \Rightarrow \frac{3}{y} + \frac{2}{x} = \frac{7}{4} \Rightarrow 2x^{-1} + 3y^{-1} = \frac{7}{4} \dots (\alpha)$$

De (II):

$$\frac{5x + 2z}{xz} = \frac{11}{6} \Rightarrow \frac{5}{z} + \frac{2}{x} = \frac{11}{6} \Rightarrow 2x^{-1} + 5z^{-1} = \frac{11}{6} \dots (\beta)$$

De (III):

$$\frac{5y + 3z}{yz} = \frac{19}{12} \Rightarrow \frac{5}{z} + \frac{3}{y} = \frac{19}{12} \Rightarrow 3y^{-1} + 5z^{-1} = \frac{19}{12} \dots (\theta)$$

Sea: "T" el valor pedido; es decir:

$$T = 2x^{-1} + 3y^{-1} + 5z^{-1} \dots (\lambda)$$

Efectuando $(\alpha) + (\beta) + (\theta)$ se consigue:

$$2(2x^{-1} + 3y^{-1} + 5z^{-1}) = \frac{7}{4} + \frac{11}{6} + \frac{19}{12} \dots (*)$$

Reemplazando $(*)$ en (λ) , tendremos:

$$2T = \frac{7}{4} + \frac{11}{6} + \frac{19}{12}$$

Finalmente se tendrá:

$$2T = \frac{62}{12} \Rightarrow T = \frac{31}{12}$$

Rpta.: C

Resolución 28:

Sumando miembro a miembro todas las ecuaciones del sistema y factorizando se consigue:

$$(x + 2y + 3z)[x + 2y + 3z] = 80 + 32 + 144$$

Efectuando la multiplicación, tendremos:

$$(x + 2y + 3z)^2 = 256$$

Extrayendo raíz cuadrada; se obtiene:

$$x + 2y + 3z = 16 \dots \dots (IV)$$

Finalmente reemplazando (IV) en (III) ; obtendremos el valor de z :

$$3z(16) = 144$$

De donde concluimos que:

$$48z = 144 \Rightarrow z = 3$$

Rpta.: A

Resolución 29:

Para resolver este sistema aplicaremos el método de los determinantes conocida como la "Regla de Cramer". Según este método, se sabe que:

$$x = \frac{\Delta_x}{\Delta_s} \dots \dots (IV)$$

A continuación hallaremos los determinantes y estos se calcularán según Sarrus:

$$\Delta_s = \begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 \\ a & b & c \\ bc & ac & ab \end{vmatrix}$$

$$\Delta_s = (a-b)(a-c)(c-b) \dots \dots (\alpha)$$

$$\Delta_x = \begin{vmatrix} 0 & 1 & 1 \\ 0 & b & c \\ 1 & ac & ab \end{vmatrix}$$

$$\Delta_x = c - b \dots (\beta)$$

Ahora reemplazaremos (α) y (β) en (IV):

$$x = \frac{c - b}{(a - b)(a - c)(c - b)}$$

Finalmente al simplificar; nos queda:

$$x = \frac{1}{(a - b)(a - c)}$$

Rpta.: B

Resolución 30:

De acuerdo a lo expuesto en la teoría I, II y III forman un sistema si se cumple que:

$$\begin{vmatrix} n & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 2 \\ 1 & -1 & n \end{vmatrix} = 0$$

Desarrollando el determinante según Sarrus, se consigue:

$$\begin{array}{l} \begin{vmatrix} n & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 2 \\ 1 & -1 & n \end{vmatrix} \Rightarrow \left\{ \begin{array}{l} 1 \cdot 1 \cdot 1 = 1 \\ 2(-1)n = -2n \\ n \cdot 1 \cdot 1 = n \end{array} \right\} \Rightarrow \left\{ \begin{array}{l} 1 \\ -2n \\ n \end{array} \right\} \Rightarrow \Sigma = 1 - n \\ \left\{ \begin{array}{l} n \cdot 1 \cdot n = n^2 \\ 1 \cdot (-1) \cdot 1 = -1 \\ 1 \cdot 1 \cdot 2 = 2 \end{array} \right\} \Rightarrow \left\{ \begin{array}{l} n^2 \\ -1 \\ 2 \end{array} \right\} \Rightarrow \Sigma = n^2 + 1 \end{array}$$

$$n^2 + 1 - (1 - n) = 0$$

$$n^2 + n = 0$$

Factorizando n , tendremos:

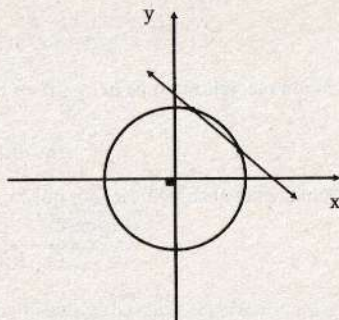
$$n(n + 1) = 0$$

Al igualar a cero cada factor; deducimos que:

$$n = 0 \vee n = -1$$

Rpta.: B

Resolución 31: Fácilmente podemos reconocer que las soluciones del sistema son (3;4) y (4;3). Gráficamente se tendrá dos puntos que se obtienen al intersectar las gráficas de (1) y (2), es decir la circunferencia y la recta.



Rpta.: C

Resolución 32: El sistema es:

$$\begin{cases} x^2 + y^2 = 1 \dots\dots (I) \\ x + 2y = a \dots\dots (II) \end{cases}$$

Despejando x de (II); se consigue:

$$x = a - 2y \dots\dots (III)$$

Reemplazando (III) en (I):

$$(a - 2y)^2 + y^2 = 1$$

Efectuando operaciones; obtenemos:

$$5y^2 - 4ay + (a^2 - 1) = 0 \dots\dots (IV)$$

Debemos observar que como la recta es tangente a la circunferencia; estas se cortan solo en un punto en consecuencia la ecuación (IV) debe admitir raíces iguales; es decir para esta ecuación se plantea:

$$\Delta = 0 \Rightarrow (-4a)^2 - 4(5)(a^2 - 1) = 0$$

Efectuando operaciones; obtenemos:

$$16a^2 - 20a^2 + 20 = 0$$

Reduciendo y transponiendo términos:

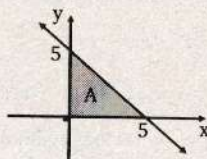
$$a^2 = 5$$

Finalmente concluimos que:

$$a = \sqrt{5} \vee -\sqrt{5}$$

Rpta.: D

Resolución 33: Graficando tenemos:



Finalmente tenemos:

$$A = \frac{5 \cdot 5}{2} = \frac{25}{2}$$

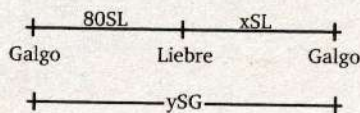
$$\therefore A = 12,5 \text{ u}^2$$

Rpta.: C

Resolución 34: En base a los datos del problema elaboraremos un gráfico en el que será necesario que reconozca, las siguientes notaciones:

G = galgo ; SG = saltos del galgo

L = liebre ; SL = saltos de liebre



Del gráfico:

$$80SL + xSL = ySG \dots\dots (I)$$

Por condición:

$$\frac{x}{4} = \frac{y}{3} \Rightarrow y = \frac{3}{4}x \dots\dots (II)$$

También:

$$5SG < 7SL \Rightarrow SG = \frac{7}{5}SL \dots\dots (III)$$

Reemplazando (II) $\wedge$ (III) en (I) se tendrá:

$$80SL + xSL = \frac{3}{4}x \cdot \frac{7}{5}SL$$

Simplificando y efectuando las operaciones indicadas, tendremos:

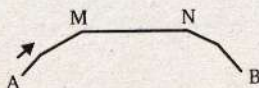
$$80 + x = \frac{21}{20}x$$

Finalmente; despejando nos queda:

$$x = 1600$$

Rpta.: C

Resolución 35: Según los datos del problema; podemos elaborar la gráfica adjunta.



Sean x ; y ; z las longitudes de los tramos AM; MN y NB, respectivamente. De acuerdo con la condición del problema deberá cumplirse que:

$$x + y + z = \frac{23}{2} \dots\dots (I)$$

a) Viaje desde "A" hasta "B". La relación que existe en los tiempos empleados es así:

$$t_{AM} + t_{MN} + t_{NB} = t_T \dots\dots \left(t = \frac{d}{v} \right)$$

$$\Rightarrow \frac{x}{3} + \frac{y}{4} + \frac{z}{5} = 2h \ 54min$$

$$\Rightarrow \frac{x}{3} + \frac{y}{4} + \frac{z}{5} = \frac{29}{10} h \dots\dots (II)$$

b) Viaje desde "B" hasta "A".

$$t_{BN} + t_{NM} + t_{MA} = t_T$$

$$\Rightarrow \frac{z}{3} + \frac{y}{4} + \frac{x}{5} = 2h \ 6min$$

$$\Rightarrow \frac{x}{5} + \frac{y}{4} + \frac{z}{3} = \frac{31}{10} h \dots\dots (III)$$

Finalmente resolviendo el sistema de ecuaciones formado por (I); (II) $\wedge$ (III) según la regla de Cramer, obtenemos: $y = 4$

$\therefore$ longitud del camino llano = 4 km

Rpta.: E

Resolución 36:

Sea "L" el trabajo a realizar y sean: x , y $\wedge$ z los tiempos en días que tardan en hacer el trabajo A, B y C respectivamente. Ahora, encontraremos la fracción de trabajo que realiza cada uno de manera independiente.

En un día A, B y C hacen la fracción:

$$\frac{L}{x}; \frac{L}{y} \wedge \frac{L}{z}; \text{ respectivamente.}$$

Como A $\wedge$ B hacen el trabajo L en 70 días, en un día harán

$$\frac{L}{x} + \frac{L}{y} = \frac{L}{70}$$

De donde al simplificar se obtiene:

$$\frac{1}{x} + \frac{1}{y} = \frac{1}{70} \dots\dots (I)$$

Como A y C hacen el trabajo L en 84 días, en un día harán:

$$\frac{L}{x} + \frac{L}{z} = \frac{L}{84}$$

y simplificando se obtiene:

$$\frac{1}{x} + \frac{1}{z} = \frac{1}{84} \dots\dots (II)$$

Como B y C hacen el trabajo "L" en 140 días, en un día harán:

$$\frac{L}{y} + \frac{L}{z} = \frac{L}{140}$$

Entonces al simplificar nos queda:

$$\frac{1}{y} + \frac{1}{z} = \frac{1}{140} \dots\dots (III)$$

Sumando (I); (II) y (III) obtenemos:

$$\frac{1}{x} + \frac{1}{y} + \frac{1}{z} = \frac{1}{60} \dots\dots (IV)$$

Si la idea es encontrar "y" reemplazaremos (II) en (IV):

$$\frac{1}{y} + \frac{1}{84} = \frac{1}{60} \Rightarrow y = 120$$

Finalmente B trabajando solo terminará en:

210 días

Rpta.: B

Resolución 37: Llevando toda la información del enunciado a un cuadro se tendrá:

	Tenía	Hace 5 años	Hace 4 años	Presente	Dentro 10 años	Dentro 22 años
Oscar	$x+22$	$x-5$	$x-4$	x	$x+10$	$x+22$
José	w	$y-5$	$y-4$	y	$y+10$	$y+22$
Ruben	$x-38$	$z-5$	$z-4$	z	$z+10$	$z+22$

Por condición del problema se sabe que:

$$x-5 = 2(y-4) + 7 \Rightarrow x-2y = 4 \dots\dots (I)$$

También se establece que:

$$x+10 = 4w \dots\dots (II)$$

Utilizando la propiedad de que toda diferencia de edades se mantiene constante; a partir de los datos del cuadro, se cumplirá que:

Entre José y Rubén:

$$w - (x - 38) = y - z \dots\dots (III)$$

Entre Oscar y José:

$$\begin{aligned}(z + 22) - w &= x - y \Rightarrow \\ z &= w + x - y - 22 \dots\dots (IV)\end{aligned}$$

Sustituyendo (IV) en (III) se consigue:

$$w = y - 8 \dots\dots (V)$$

Reemplazando (V) en (II) se obtiene:

$$x - 4y = -42 \dots\dots (VI)$$

Efectuando $2(I) - (VI)$:

$$2x - x = 8 - (-42)$$

Finalmente Oscar tiene

$$x = 50 \text{ años}$$

Rpta.: B

Resolución 38: Del enunciado se plantea:

Primera parte: x

Segunda parte: $x + \frac{x}{2} = \frac{3x}{2}$

Tercera parte: $x + \frac{x}{2} + \frac{x + \frac{x}{2}}{2} = \frac{9x}{4}$

Por condición se plantea:

$$x + \frac{3x}{2} + \frac{9x}{4} = 1235$$

$$\frac{19x}{4} = 1235$$

$$x = 260$$

$$\therefore \text{ Tercera parte} = 585$$

Rpta.: E

Resolución 39: El sistema dado es:

$$\begin{cases} 2x - 5y > 30 & \dots (1) \\ x + 3y < -22 & \dots (2) \\ y > -8 & \dots (3) \end{cases}$$

Efectuando (1) - 2(2):

$$\begin{aligned} 2x - 5y - 2x - 6y &> 30 + 44 \\ -11y &> 77 \\ y &< -6,72 \dots (4) \end{aligned}$$

De (3) y (4) tenemos que $y = -7$, luego en (1) obtenemos:

$$\begin{aligned} 2x - 5(-7) &> 30 \\ 2x + 35 &> 30 \\ 2x &> -5 \\ x &> -\frac{5}{2} \\ x &> -2,5 \dots (5) \end{aligned}$$

En (2) obtenemos:

$$\begin{aligned} x + 3(-7) &< -22 \\ x - 21 &< -22 \\ x &< -1 \dots (6) \end{aligned}$$

De (5) y (6) tenemos que $x = -2$

$$\therefore x + y = -9$$

Rpta.: D

Resolución 40: El sistema dado es:

$$\begin{cases} y > 2x & \dots (1) \\ y > -x & \dots (2) \\ 2y < -x + 5 & \dots (3) \end{cases}$$

Efectuando (1) + (2):

$$2y > x \dots (4)$$

De (3) y (4) tenemos:

$$x < 2y < -x + 5 \dots (5)$$

Por propiedad se cumple que:

$$\begin{aligned} x &< -x + 5 \\ 2x &< 5 \\ x &< 2,5 \dots (6) \end{aligned}$$

Si $x = 2$, en (5) tenemos:

$$\begin{aligned} 2 &< 2y < 3 \\ 1 &< y < 1,5 \\ \Rightarrow y &\notin \mathbb{Z} \end{aligned}$$

Si $x = 1$, en (5) tenemos:

$$1 < 2y < 4$$

$$\frac{1}{2} < y < 2$$

Aquí $y = 1$, pero no verifica la relación (1)

$\Rightarrow$ No existe solución

Si $x = 0$, en (5) tenemos:

$$0 < 2y < 5$$

$$0 < y < 2,5$$

$$\text{Aquí } y = 1 \vee y = 2$$

$\Rightarrow$ solución = (0;1) y (0;2)

Si $x = -1$, en (5) tenemos:

$$-1 < 2y < 6$$

$$-\frac{1}{2} < y < 3$$

Aquí $y=0$; $y=1 \vee y=2$, pero ningún valor verifica el sistema.

$\Rightarrow$ No existe solución

Si $x = -2$, en (5) tenemos:

$$-2 < 2y < 7$$

$$-1 < y < 3,5$$

Aquí $y=0$; $y=1$; $y=2 \vee y=3$, pero se cumple $y=3$

$\Rightarrow$ solución = (-2;3)

Finalmente tenemos:

$$CS = \{(0;1), (0;2), (-2;3)\}$$

$$\therefore n(CS) = 3$$

Rpta.: C

Resolución 41: El sistema dado es:

$$\begin{cases} 2x + 3y + 5z > 23 \dots\dots (1) \\ 2x - y + 5z < 13 \dots\dots (2) \\ z - y < -1 \dots\dots (3) \\ y < 4 \dots\dots (4) \end{cases}$$

Efectuando (1) - (2):

$$4y > 10$$

$$y > 2,5 \dots\dots (5)$$

De (4) y (5) tenemos que $y = 3$, luego en (3) obtenemos:

$$z - 3 < -1$$

$$z < 2$$

Como z es entero positivo, fácilmente reconocemos que $z = 1$. Ahora en (1):

$$2x + 9 + 5 > 23$$

$$2x > 9$$

$$x > 4,5 \dots \dots (6)$$

En (2) tenemos:

$$2x - 3 + 5 < 13$$

$$2x < 11$$

$$x < 5,5 \dots \dots (7)$$

De (6) y (7) reconocemos que $x = 5$. Finalmente tenemos:

$$x \cdot y \cdot z = (5)(3)(1)$$

$$\therefore x y z = 15$$

Rpta.: D

Resolución 42: El sistema dado es:

$$\begin{cases} x^2 - 4x + 3 \leq 0 & \dots (1) \\ x^2 - 2x + 4 \geq 6 - x & \dots (2) \\ x \geq a & \dots (3) \end{cases}$$

De (1) tenemos:

$$(x - 1)(x - 3) \leq 0$$

$$1 \leq x \leq 3 \dots \dots (4)$$

De (2) tenemos:

$$x^2 - x - 2 \geq 0$$

$$(x - 2)(x + 1) \geq 0$$

$$x \leq -1 \vee x \geq 2 \dots \dots (5)$$

De (4) y (5) conseguimos:

$$2 \leq x \leq 3$$

$\therefore$ El sistema se verifica para un solo valor de x , siempre que $a = 3$.

Rpta.: D

Resolución 43: El sistema dado es:

$$\begin{cases} 5^{x+y-2} - 1 > 0 & \dots (1) \\ 2^{x-y} > 16 & \dots (2) \\ \left(\frac{1}{3}\right)^{6-x} < \left(\frac{1}{3}\right)^{x-4} & \dots (3) \end{cases}$$

De (1) tenemos:

$$\begin{aligned}
 5^{x+y-2} &> 1 \\
 5^{x+y-2} &> 5^0 \\
 x + y - 2 &> 0 \\
 x + y &> 2 \dots (4)
 \end{aligned}$$

De (2) tenemos:

$$\begin{aligned}
 2^{x-y} &> 2^4 \\
 x - y &> 4 \dots (5)
 \end{aligned}$$

De (3) tenemos:

$$\begin{aligned}
 6 - x &> x - 4 \\
 -2x &> -10 \\
 x &< 5 \dots (6)
 \end{aligned}$$

Efectuando (4) + (5):

$$\begin{aligned}
 2x &> 6 \\
 x &> 3 \dots (7)
 \end{aligned}$$

De (6) y (7) tenemos:

$$x = 4 \dots (8)$$

Reemplazando (8) en (4):

$$\begin{aligned}
 4 + y &> 2 \\
 y &> -2 \dots (9)
 \end{aligned}$$

Reemplazando (8) en (5):

$$\begin{aligned}
 4 - y &> 4 \\
 -y &> 0 \\
 y &< 0 \dots (10)
 \end{aligned}$$

De (9) y (10) tenemos:

$$y = -1$$

Finalmente conseguimos:

$$\begin{aligned}
 x \cdot y &= (4)(-1) \\
 \therefore xy &= -4
 \end{aligned}$$

Rpta.: A**Resolución 44:**

El sistema dado es:

$$\begin{cases}
 y - x^2 + x + 6 > 0 \dots (1) \\
 y - x < -3 \dots (2)
 \end{cases}$$

De (1) tenemos:

$$y > x^2 - x - 6 \dots (3)$$

De (2) tenemos:

$$y < x - 3 \dots (4)$$

De (3) y (4) tenemos:

$$x^2 - x - 6 < y < x - 3 \dots (5)$$

Por propiedad:

$$\begin{aligned}
 x^2 - x - 6 &< y < x - 3 \\
 x^2 - 2x - 3 &< 0 \\
 (x - 3)(x + 1) &< 0 \\
 -1 &< x < 3
 \end{aligned}$$

Si $x = 0$, en (5) tenemos:

$$-6 < y < -3$$

$$\text{de donde } y = -5 \vee y = -4$$

$$\Rightarrow \text{solución} = (0; -5) \text{ y } (0; -4)$$

Si $x = 1$, en (5) tenemos:

$$-6 < y < -2$$

$$\text{de donde } y = -5; y = -4 \vee y = -3$$

$$\Rightarrow \text{solución} = (1; -5); (1; -4) \text{ y } (1; -3)$$

Si $x = 2$, en (5) tenemos:

$$-4 < y < -1$$

$$\text{de donde } y = -3 \vee y = -2$$

$$\Rightarrow \text{solución} = (2; -3) \text{ y } (2; -2)$$

Finalmente:

$$CS = \{(0; -5), (0; -4), (1; -5), (1; -4), (1; -3), (2; -3), (2; -2)\}$$

$$\therefore n(CS) = 7$$

Rpta.: E

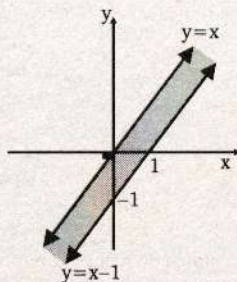
Resolución 45: El conjunto dado es:

$$A = \{(x; y) \in \mathbb{R}^2 / \sqrt{x-y} \leq 1\}$$

Por existencia tenemos:

$$x - y \geq 0 \wedge x - y \leq 1$$

Graficando obtenemos:



Rpta.: E

Resolución 46: Del enunciado:

$x = \text{N}^\circ \text{ de artículos de tipo A}$

$y = \text{N}^\circ \text{ de artículos de tipo B}$

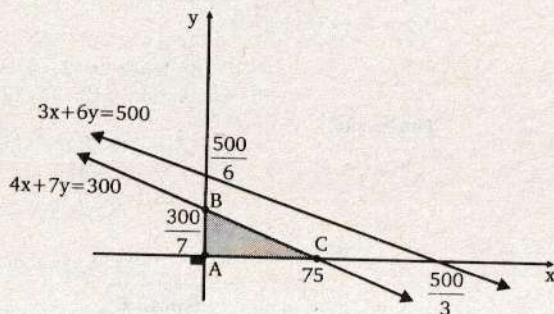
La función objetivo es:

$$F(x; y) = 10x + 15y$$

El conjunto de restricciones es:

$$\begin{cases} 3x + 6y \leq 500 \\ 4x + 7y \leq 300 \\ x \geq 0 \\ y \geq 0 \end{cases}$$

La región admisible es:



Evaluando cada punto vértice en la función objetivo

$$F(x;y) = 10x + 15y$$

En "A":

$$F(0;0) = 0$$

En "B":

$$F\left(0; \frac{300}{7}\right) = \frac{4500}{7} = 642,9$$

En "C":

$$F(75;0) = 750$$

$$\therefore \text{Beneficio máximo} = S/ 750.00$$

Rpta.: A

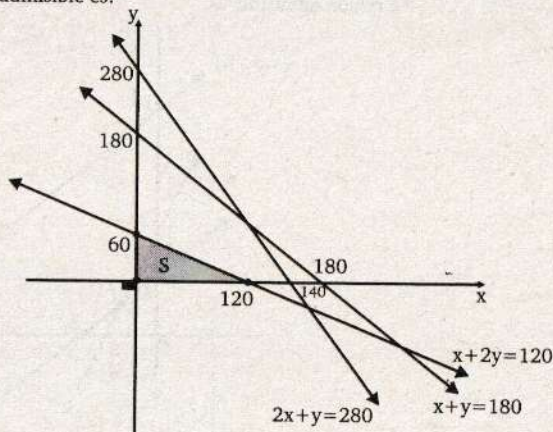
Resolución 47: Del enunciado reconocemos a la función objetivo.

$$F(x;y) = x + \frac{3}{2}y$$

El conjunto de restricciones es:

$$\begin{cases} x + y \leq 180 \\ x + 2y \leq 120 \\ 2x + y \leq 280 \\ x \geq 0 \\ y \geq 0 \end{cases}$$

La región admisible es:



Fácilmente reconocemos que $(40; 40)$ pertenecen al conjunto S .

$$F(x; y) = x + \frac{3}{2}y$$

En "A":

$$F(0; 0) = 0$$

En "B":

$$F(0; 60) = 90$$

En "C":

$$F(120; 0) = 120$$

Finalmente en cada proposición tenemos:

I. Falso (F)

La región admisible es S

II. Falso (F)

El óptimo ocurre en el punto $(120; 0)$

III. Verdadero (V)

En efecto $(40; 40) \in S$

Rpta.: B

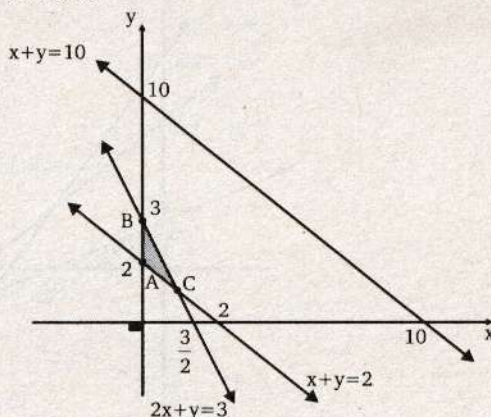
Resolución 48: La función objetivo es:

$$F(x; y) = x + 2y$$

El conjunto de restricciones es:

$$\begin{cases} x \geq 0 \\ y \geq 0 \\ x + y \geq 2 \\ x + y \leq 10 \\ 2x + y \leq 3 \end{cases}$$

La región admisible es:



Las coordenadas del punto "c" se obtienen al resolver el sistema:

$$\begin{cases} 2x + y = 3 \\ x + y = 2 \end{cases}$$

Y esto es $x=1 \vee y=1$, luego $c = (1;1)$

Evaluando en la función objetivo:

$$F(x;y) = x + 2y$$

En "A":

$$F(0;2) = 4$$

En "B":

$$F(0;3) = 6$$

En "C":

$$F(1;1) = 3$$

$$\therefore \text{Máximo valor} = 6$$

Rpta.: D

Resolución 49:

Según la región admisible reconocemos que el conjunto de restricciones es:

$$\begin{cases} x \geq 0 \\ y \geq 0 \\ y \leq 5 \\ x \leq 6 \\ x + y \geq 2 \end{cases}$$

Rpta.: B

Resolución 50:

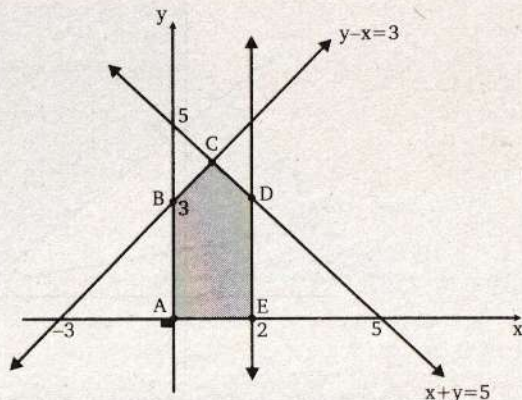
La función objetivo es:

$$F(x,y) = 3x + 2y$$

El conjunto de restricciones es:

$$\begin{cases} y - x \leq 3 \\ y + x \leq 5 \\ x \leq 2 \\ x \geq 0 \\ y \geq 0 \end{cases}$$

La región admisible es:



Las coordenadas de "c" se obtienen al resolver el sistema:

$$\begin{cases} x + y = 5 \\ -x + y = 3 \end{cases}$$

Y esto es $x=2 \wedge y=3$, luego $c=(2;3)$

Evaluando en la función objetivo:

$$F(x,y) = 3x + 2y$$

En "A" :

$$F(0;0) = 0$$

En "B" :

$$F(0;3) = 6$$

En "C" :

$$F(1;4) = 11$$

En "D" :

$$F(2;3) = 12$$

En "E" :

$$F(2;0) = 6$$

$\therefore$ Máximo valor = 12

Rpta.: C

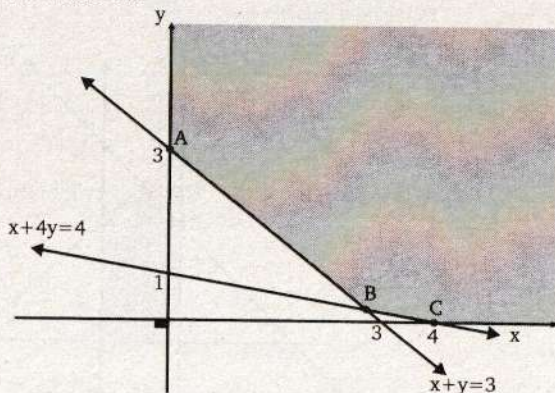
Resolución 51: La función objetivo es:

$$F(x;y) = 2x + y$$

El conjunto de restricciones es:

$$\begin{cases} x + y \geq 3 \\ \frac{x}{4} + y \geq 1 \\ x \geq 0 \\ y \geq 0 \end{cases}$$

La región admisible es:



Las coordenadas de "B" se obtienen al resolver el sistema:

$$\begin{cases} x + y = 3 \\ x + 4y = 4 \end{cases}$$

$$\text{Y esto es } x = \frac{8}{3} \wedge y = \frac{1}{3}, \text{ luego } B = \left(\frac{8}{3}; \frac{1}{3}\right)$$

Evaluando en la función objetivo:

$$F(x;y) = 2x + y$$

En "A":

$$F(0;3) = 3$$

En "B":

$$F\left(\frac{8}{3}; \frac{1}{3}\right) = \frac{17}{3}$$

En "C":

$$F(4;0) = 8$$

$$\therefore \text{Mínimo de } F = 3$$

Rpta.: A

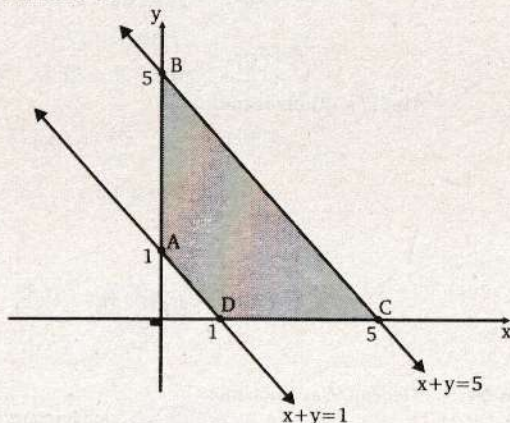
Resolución 52: La función objetivo es:

$$F(x;y) = x + y$$

El conjunto de restricciones es:

$$\begin{cases} x + y \leq 5 \\ x + y \geq 1 \\ x \geq 0 \\ y \geq 0 \end{cases}$$

La región admisible es:



Evaluando en la función objetivo:

$$F(x;y) = x + y$$

En "A":

$$F(0;1) = 1$$

En "B":

$$F(0;5) = 5$$

En "C":

$$F(5;0) = 5$$

En "D":

$$F(1;0) = 1$$

Como el máximo se obtiene en dos puntos vértices que pertenecen a la misma recta podemos afirmar que el problema presenta infinitas soluciones.

Ahora en cada proposición tenemos:

I. Verdadero (V)

II. Falso (F)

El máximo ocurre en $x+y=5$, siempre que $0 \leq x \leq 5 \wedge 0 \leq y \leq 5$

III. Falso (F)

Rpta.: C

Resolución 53: La función objetivo es:

$$F(x; y) = ax + by$$

Por condición del problema presenta infinitas soluciones, siendo su valor óptimo 39.

$$F\left(3; \frac{8}{5}\right) = 39$$

$$3a + \frac{8b}{5} = 39$$

$$15a + 8b = 195 \dots (1)$$

$$F(10; 3) = 39$$

$$10a + 3b = 39 \dots (2)$$

De (1) y (2) obtenemos:

$$a = -\frac{39}{5} \wedge b = 39$$

$$\therefore 5a + b = 0$$

Rpta.: D**Resolución 54:** Del enunciado tenemos:

$x = \text{N}^\circ$ de lapiceros tipo "A"

$y = \text{N}^\circ$ de lapiceros tipo "B"

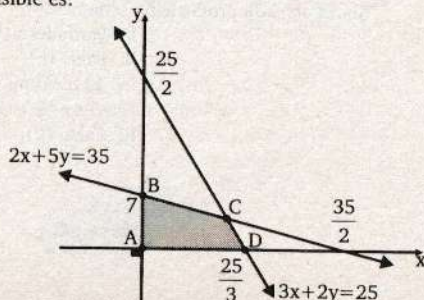
La función objetivo es:

$$F(x; y) = 2x + \frac{3}{2}y$$

El conjunto de restricciones es:

$$\begin{cases} 3x + 2y \leq 25 \\ 2x + 5y \leq 35 \\ x \geq 0 \\ y \geq 0 \end{cases}$$

La región admisible es:



Nótese que las coordenadas del punto "C" se obtienen al resolver el sistema:

$$\begin{cases} 3x + 2y = 25 \\ 2x + 5y = 35 \end{cases}$$

Y esto es $x=5 \wedge y=5$, luego $C=(5;5)$.

Evaluando en la función objetivo:

$$F(x; y) = 2x + \frac{3}{2}y$$

En "A":

$$F(0;0) = 0$$

En "B":

$$F(0;7) = \frac{21}{2}$$

En "C":

$$F(5;5) = \frac{35}{2}$$

En "D":

$$F\left(\frac{25}{3}; 0\right) = \frac{50}{3}$$

$$\therefore \text{Máximo valor} = \frac{35}{2}$$

Rpta.: E

Resolución 55:

Del enunciado tenemos:

Acciones de tipo "A" = x (euros)

Acciones de tipo "B" = y (euros)

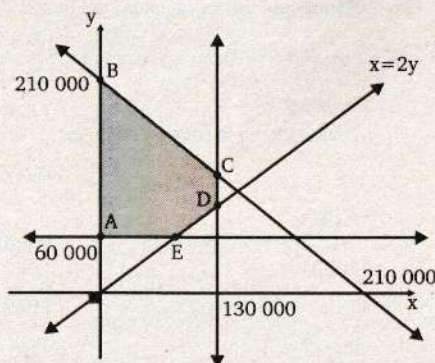
La función objetivo es:

$$F(x; y) = 10\%x + 8\%y$$

El conjunto de restricciones es:

$$\begin{cases} x + y \leq 210000 \\ x \leq 130000 \\ y \geq 90000 \\ x \leq 2y \\ x \geq 0 \\ y \geq 0 \end{cases}$$

La región admisible es:



Fácilmente reconocemos que:

$$C = (130\ 000; 80\ 000)$$

$$D = (130\ 000; 65\ 000)$$

$$E = (120\ 000; 60\ 000)$$

En la función objetivo:

$$F(x; y) = \frac{1}{100}(10x + 8y)$$

En "A":

$$F(A) = 4\ 800$$

En "B":

$$F(B) = 16\ 800$$

En "C":

$$F(C) = 19\ 400$$

En "D":

$$F(D) = 18\ 200$$

En "E":

$$F(E) = 16\ 800$$

$$\therefore \text{Máximo interés anual} = 19\ 400$$

Rpta.: B

Resolución 56: Del enunciado tenemos:

$x = \text{N}^\circ$ de licuadoras que se fabrican por día

$y = \text{N}^\circ$ de planchas que se fabrican por día

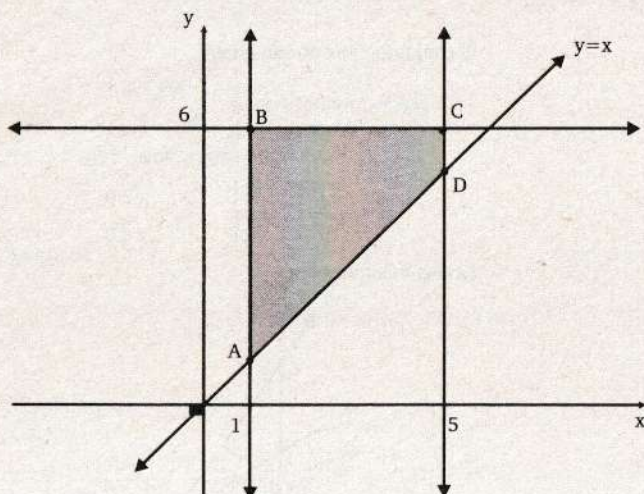
La función objetivo es:

$$F(x; y) = 3x + 7y$$

El conjunto restricciones es:

$$\begin{cases} 1 \leq x \leq 5 \\ 0 \leq y \leq 6 \\ 0 \leq x \leq y \end{cases}$$

La región admisible es:



Fácilmente podemos reconocer que:

$$A = (1;1), B = (1;6), C = (5;6), D = (5;5)$$

En la función objetivo:

$$F(x;y) = 3x + 7y$$

En "A":

$$F(1;1) = 10$$

En "B":

$$F(1;6) = 45$$

En "C":

$$F(5;6) = 57$$

En "D":

$$F(5;5) = 50$$

$$\therefore \text{Ganancia máxima} = 57$$

Rpta.: C

Resolución 57: Según la teoría, las regiones que representan una región admisible de cierto problema de programación lineal son I y IV.

Rpta.: A

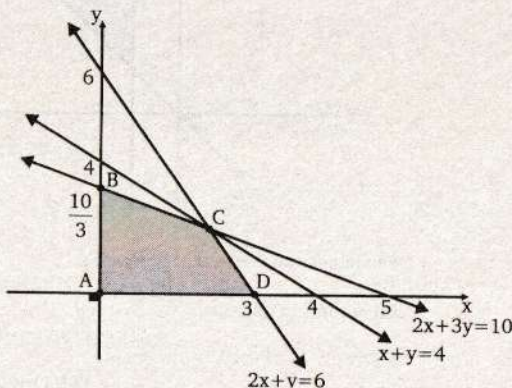
Resolución 58: La función objetivo es:

$$F(x;y) = 200x + 300y$$

El conjunto de restricciones es:

$$\begin{cases} x + y \leq 4 \\ 2x + 3y \leq 10 \\ 40x + 20y \leq 120 \\ x \geq 0 \\ y \geq 0 \end{cases}$$

La región admisible es:



Nótese que "C" es el punto de intersección de las tres rectas y sus coordenadas son $C=(2;2)$.

En la función objetivo:

$$F(x;y) = 200x + 300y$$

En "A":

$$F(0;0) = 0$$

En "B":

$$F\left(0; \frac{10}{3}\right) = 1000$$

En "C":

$$F(2;2) = 1000$$

En "D":

$$F(3;0) = 600$$

Como en "B" y "C" se obtiene el valor óptimo se concluye que el problema tiene infinitas soluciones pues cualquier punto del segmento de recta BC será solución del problema.

$\therefore$ Solución de componentes enteras = $(2;2)$

Rpta.: B

Resolución 59: Por condición:

$$\begin{vmatrix} m & -1 \\ n & 2 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} -4 & m \\ 5 & n \end{vmatrix}$$

$$2m + n = -4n - 5m$$

$$5n = -7m$$

Aquí reconocemos que

$$(m=5 \wedge n=-7) \vee (m=-5 \wedge n=7)$$

Observa que el sistema que origina x_0 y y_0 es:

$$\begin{cases} -4x - y = m \\ 5x + 2y = n \end{cases}$$

Donde:

$$d = \begin{vmatrix} -4 & -1 \\ 5 & 2 \end{vmatrix}$$

$$d = -8 + 5$$

$$d = -3$$

Ahora tenemos:

Primero:

$$\text{Si } m = -5; n = 7 \text{ y } d = -3$$

$$\Rightarrow m+n+d = -1$$

Segundo:

$$\text{Si } m = 5; n = -7 \text{ y } d = -3$$

$$\Rightarrow m+n+d = -5$$

Rpta.: B

Resolución 60: De acuerdo con la teoría el sistema tiene infinitas soluciones; luego se cumple que:

$$\frac{a}{c} = \frac{b}{a} = \frac{c}{b}$$

$$\bullet \frac{a}{c} = \frac{b}{a} \Rightarrow a^2 = bc$$

$$\bullet \frac{b}{a} = \frac{c}{b} \Rightarrow b^2 = ac$$

$$\bullet \frac{a}{c} = \frac{c}{b} \Rightarrow c^2 = ab$$

Sumando m.a.m :

$$a^2 + b^2 + c^2 = ab + bc + ac$$

Rpta.: A

Resolución 61:

Con respecto al sistema lineal; según la gráfica tenemos:

- I. Representa un sistema compatible indeterminado
- II. Representa un sistema incompatible
- III. Representa un sistema compatible determinado

Finalmente tenemos:

$$p(F); q(F); r(V)$$

Rpta.: E

Resolución 62:

De acuerdo a la teoría; se cumple que:

$$\frac{a-2}{8} = \frac{a+1}{a+8} \neq \frac{a+4}{30}$$

$$(a-2)(a+8) = 8(a+1)$$

$$a^2 + 6a - 16 = 8a + 8$$

$$a^2 - 2a - 24 = 0$$

$$(a-6)(a+4) = 0$$

$$a = 6 \vee a = -4$$

$\therefore$ El mayor valor es $a = 6$

Rpta.: D

Resolución 63:

Resolviendo el sistema:

$$\begin{cases} nx - y = 5 & \dots\dots (1) \\ 2x + 3ny = 7 & \dots\dots (2) \end{cases}$$

$$x = \frac{\Delta_x}{\Delta_s} = \frac{\begin{vmatrix} 5 & -1 \\ 7 & 3n \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} n & -1 \\ 2 & 3n \end{vmatrix}} = \frac{15n+7}{3n^2+2}$$

$$y = \frac{\Delta_y}{\Delta_s} = \frac{\begin{vmatrix} n & 5 \\ 2 & 7 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} n & -1 \\ 2 & 3n \end{vmatrix}} = \frac{7n-10}{3n^2+2}$$

Por condición:

$$x > 0 \Rightarrow \frac{15n+7}{3n^2+2} > 0$$

$$15n+7 > 0$$

$$n > \frac{-7}{15} \dots\dots (3)$$

Por condición:

$$\begin{aligned}
 y < 0 &\Rightarrow \frac{7n-10}{3n^2+2} < 0 \\
 7n-10 &< 0 \\
 n &< \frac{10}{7} \dots\dots (4)
 \end{aligned}$$

Como $n \in \mathbb{Z}$; de (3) y (4):

$$\begin{aligned}
 n &= 0 \vee n = 1 \\
 \therefore \Sigma \text{ de valores} &= 1
 \end{aligned}$$

Rpta.: B

Resolución 64: Resolviendo el sistema:

$$\begin{cases}
 (a+b)x + (a-b)y = 2(a^2+b^2+a) \dots\dots (1) \\
 (a-b)x - (a+b)y = -2b \dots\dots\dots (2)
 \end{cases}$$

$$\begin{aligned}
 x &= \frac{\Delta_x}{\Delta_s} = \frac{\begin{vmatrix} 2(a^2+b^2+a) & (a-b) \\ -2b & -(a+b) \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} (a+b) & (a-b) \\ (a-b) & -(a+b) \end{vmatrix}} \\
 x &= \frac{-2a^3 - 2ab^2 - 2a^2 - 2a^2b - 2b^3 - 2b^2}{-(a+b)^2 - (a-b)^2}
 \end{aligned}$$

Simplificando obtenemos:

$$\begin{aligned}
 x &= a + b + 1 \\
 y &= \frac{\Delta_y}{\Delta_s} = \frac{\begin{vmatrix} (a+b) & 2(a^2+b^2+a) \\ (a-b) & -2b \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} (a+b) & (a-b) \\ (a-b) & -(a+b) \end{vmatrix}} \\
 y &= \frac{2b^2 - 2a^3 - 2ab^2 - 2a^2 + 2a^2b + 2b^3}{-(a+b)^2 - (a-b)^2}
 \end{aligned}$$

Simplificando obtenemos:

$$y = a - b + 1$$

finalmente tenemos:

$$\begin{aligned}
 \frac{x-y}{2} &= \frac{a+b+1-a+b-1}{2} \\
 \therefore \frac{x-y}{2} &= b
 \end{aligned}$$

Rpta.: B

Resolución 65: El sistema dado es:

$$\begin{cases} (k-1)x - 4y = k+11 \dots (1) \\ x - (k+2)y = -2 \dots (2) \end{cases}$$

I. Compatible indeterminado:

$$\frac{k-1}{1} = \frac{-4}{-(k+2)} = \frac{k+11}{-2}$$

$$k-1 = \frac{4}{k+2} = -\frac{k+11}{2} \dots (3)$$

$$* k-1 = \frac{4}{k+2} \Rightarrow k^2 + k - 2 = 4$$

$$k^2 + k - 6 = 0$$

$$(k+3)(k-2) = 0$$

$$k = -3 \vee k = 2$$

Aquí fácilmente reconocemos que $k = -3$ verifica (3); por tanto $k_1 = -3$

II. Inconsistente:

$$\frac{k-1}{1} = \frac{-4}{-(k+2)} \neq \frac{k+11}{-2}$$

$$k-1 = \frac{4}{k+2} \neq -\frac{k+11}{2} \dots (4)$$

$$* k-1 = \frac{4}{k+2} \Leftrightarrow k = -3 \vee k = 2$$

Aquí reconocemos que $k = 2$ verifica (4); por tanto $k_2 = 2$

Finalmente tenemos:

$$k_1 - k_2 = -3 - 2$$

$$\therefore k_1 - k_2 = -5$$

Rpta.: A**Resolución 66:** El sistema indeterminado es:

$$\begin{cases} (a-1)x + ay = 4 \dots (1) \\ (a+1)x + (a+3)y = 8 \dots (2) \end{cases}$$

$$\frac{a-1}{a+1} = \frac{a}{a+3} = \frac{4}{8} \dots (3)$$

$$* \frac{a-1}{a+1} = \frac{a}{a+3} \Rightarrow a^2 + 2a - 3 = a^2 + a$$

$$a = 3$$

Fácilmente podemos reconocer que $a = 3$
verifica (3)

$$\therefore a = 3$$

Rpta.: A

Resolución 67: Resolviendo el sistema:

$$x = \frac{\Delta_x}{\Delta_s} = \frac{\begin{vmatrix} 6 & 2 \\ -1 & -b \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} a & 2 \\ 3 & -b \end{vmatrix}} = \frac{6b - 2}{ab + 6}$$

$$y = \frac{\Delta_y}{\Delta_s} = \frac{\begin{vmatrix} a & 6 \\ 3 & -1 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} a & 2 \\ 3 & -b \end{vmatrix}} = \frac{a + 18}{ab + 6}$$

Por condición $a > 0 \wedge b > 1$; luego los numeradores de x y y son positivos; así mismo el denominador también es positivo.

En conclusión $x, y > 0$. por tanto en las afirmaciones tenemos:

I(F) II(F) III(F)

Rpta.: E

Resolución 68: Resolviendo el sistema:

$$x = \frac{\Delta_x}{\Delta_s} = \frac{\begin{vmatrix} 6 & 2(1-\sqrt{2}) \\ 6 & 3(1+\sqrt{2}) \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} 3(1-\sqrt{2}) & 2(1-\sqrt{2}) \\ 2(1-\sqrt{2}) & 3(1+\sqrt{2}) \end{vmatrix}} = \frac{6 + 30\sqrt{2}}{15 + 26\sqrt{2}}$$

$$y = \frac{\Delta_y}{\Delta_s} = \frac{\begin{vmatrix} 3(1+\sqrt{2}) & 6 \\ 2(1-\sqrt{2}) & 6 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} 3(1+\sqrt{2}) & 2(1-\sqrt{2}) \\ 2(1-\sqrt{2}) & 3(1+\sqrt{2}) \end{vmatrix}} = \frac{6 + 30\sqrt{2}}{15 + 26\sqrt{2}}$$

Ahora notamos que:

$$x - y = 0$$

$$\therefore 2(x - y) = 0$$

Rpta.: A

Resolución 69: El sistema es:

$$\begin{cases} 3mx + 6y = 2 \dots (1) \\ 2x + my = 1 \dots (2) \end{cases}$$

Resolviendo el sistema:

$$x = \frac{\Delta_x}{\Delta_s} = \frac{\begin{vmatrix} 2 & 6 \\ 1 & m \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} 3m & 6 \\ 2 & m \end{vmatrix}} = \frac{2m - 6}{3m^2 - 12}$$

$$y = \frac{\Delta_y}{\Delta_s} = \frac{\begin{vmatrix} 3m & 2 \\ 2 & 1 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} 3m & 6 \\ 2 & m \end{vmatrix}} = \frac{3m - 4}{3m^2 - 12}$$

En el conjunto A:

$$x - 1 \geq y$$

$$\frac{2m - 6}{3m^2 - 12} - 1 \geq \frac{3m - 4}{3m^2 - 12}$$

$$\frac{2m - 6 - 3m^2 + 12}{3m^2 - 12} - \frac{3m - 4}{3m^2 - 12} \geq 0$$

$$\frac{2m - 6 - 3m^2 + 12 - 3m + 4}{3m^2 - 12} \geq 0$$

$$\frac{-3m^2 - m + 10}{3m^2 - 12} \geq 0$$

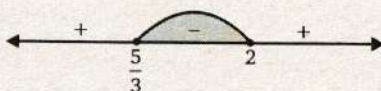
Multiplicando por -3 :

$$\frac{3m^2 + m - 10}{m^2 - 4} \leq 0$$

$$\frac{(3m - 5)(m + 2)}{(m + 2)(m - 2)} \leq 0$$

$$\frac{3m - 5}{m - 2} \leq 0; m \neq -2$$

En la recta real tenemos:



$$\therefore m \in \left[\frac{5}{3}; 2 \right)$$

Rpta.: E

Resolución 70: Resolviendo el sistema:

$$x = \frac{\begin{vmatrix} 2 & 6 \\ 1 & m \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} 3m & 6 \\ 2 & m \end{vmatrix}} = \frac{2m - 6}{3m^2 - 12} = \frac{2m - 6}{3(m+2)(m-2)}$$

$$y = \frac{\begin{vmatrix} 3m & 2 \\ 2 & 1 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} 3m & 6 \\ 2 & m \end{vmatrix}} = \frac{3m - 4}{3m^2 - 12} = \frac{3m - 4}{3(m+2)(m-2)}$$

De la región $\mathbb{R}$ se cumple:

$$y > x \wedge y > -x$$

En forma equivalente:

$$\frac{3m - 4}{3(m+2)(m-2)} > \frac{2m - 6}{3(m+2)(m-2)} \wedge$$

$$\frac{3m - 4}{3(m+2)(m-2)} > -\frac{2m - 6}{3(m+2)(m-2)}$$

$$\frac{m + 2}{3(m+2)(m-2)} > 0 \wedge \frac{5m - 10}{3(m+2)(m-2)} > 0$$

Siendo $m \neq 2$ y $m \neq -2$; tenemos:

$$\frac{1}{3(m-2)} > 0 \wedge \frac{5}{3(m+2)} > 0$$

$$m - 2 > 0 \wedge m + 2 > 0$$

$$m > 2 \wedge m > -2$$

$$\therefore m \in (2; \infty)$$

Rpta.: D

Resolución 71: Sean:

N° de niños = x

N° de niñas = y

$$\bullet \frac{x}{y-15} = \frac{2}{1} \Rightarrow x = 2y - 30 \dots (1)$$

$$\bullet \frac{x-45}{y-15} = \frac{1}{5} \Rightarrow 5x - 225 = y - 15$$

$$x = \frac{y+210}{5} \dots (2)$$

Igualando (1) y (2):

$$2y - 30 = \frac{y+210}{5}$$

$$10y - 150 = y + 210$$

$$9y = 360$$

$$\therefore y = 40$$

Rpta.: B

Resolución 72: El sistema dado es:

$$\begin{cases} x + y + z = 5 \dots\dots (1) \\ x - y + z = m \dots\dots (2) \\ 2x + y - z = 3 \dots\dots (3) \end{cases}$$

Efectuando (1) - (2):

$$\begin{aligned} 2y &= 5 - m \\ y &= \frac{5 - m}{2} \dots\dots (4) \end{aligned}$$

Efectuando (2) + (3):

$$\begin{aligned} 3x &= m + 3 \\ x &= \frac{m + 3}{3} \dots\dots (5) \end{aligned}$$

Reemplazando (4) y (5) en (1):

$$\begin{aligned} \frac{m + 3}{3} + \frac{5 - m}{2} + z &= 5 \\ \frac{2m + 6 + 15 - 3m}{6} + z &= 5 \\ \frac{21 - m}{6} + z &= 5 \\ z &= \frac{m + 9}{6} \end{aligned}$$

Por condición:

$$\begin{aligned} x \geq 0 \wedge y \geq 0 \wedge z \geq 0 \\ \frac{m + 3}{3} \geq 0 \wedge \frac{5 - m}{2} \geq 0 \wedge \frac{m + 9}{6} \geq 0 \\ m + 3 \geq 0 \wedge 5 - m \geq 0 \wedge m + 9 \geq 0 \\ \underbrace{m \geq -3 \wedge m \leq 5 \wedge m \geq -9}_{-3 \leq m \leq 5} \\ \therefore A = [-3; 5] \end{aligned}$$

Rpta.: D**Resolución 73:** El sistema es:

$$\begin{cases} x - y + 3z = -4 \dots\dots (1) \\ x + y + z = 2 \dots\dots (2) \\ x + 2y - z = 6 \dots\dots (3) \end{cases}$$

Efectuando (1) + (2):

$$x + 2z = -1 \dots\dots (4)$$

Efectuando 2(2) - (3):

$$x + 3z = -2 \dots\dots (5)$$

Efectuando (5) - (4):

$$3z - 2z = -2 - (-1)$$

$$\therefore z = -1$$

Rpta.: A

Resolución 74: El sistema es:

$$\begin{cases} x + y + z = 2 & \dots (1) \\ 3x - 2y - z = 4 & \dots (2) \\ -2x + y + 2z = 2 & \dots (3) \end{cases}$$

Efectuando (1) + (2):

$$4x - y = 6 \dots (4)$$

Efectuando 2(2) + 3:

$$4x - 3y = 10 \dots (5)$$

Efectuando (4) - (5):

$$2y = -4$$

$$y = -2 \dots (6)$$

Reemplazando (6) en (4):

$$4x + 2 = 6$$

$$x = 1 \dots (7)$$

Reemplazando (6) y (7) en (1):

$$1 - 2 + z = 2$$

$$z = 3$$

$$\therefore yz = -6$$

Rpta.: B

Resolución 75: Reescribiendo el sistema:

$$\begin{cases} 3x + y + z = 9 & \dots (1) \\ y - z = 3 & \dots (2) \\ 15x - y = 26 & \dots (3) \end{cases}$$

Efectuando (1) + (2):

$$3x + 2y = 12 \dots (4)$$

Efectuando 2(3) + (4):

$$33x = 64$$

$$x = \frac{64}{33} \dots (5)$$

Reemplazando (5) en (4):

$$\frac{64}{11} + 2y = 12$$

$$y = \frac{34}{11} \dots (6)$$

Reemplazando (6) en (2):

$$\frac{34}{11} - z = 3$$

$$z = \frac{1}{11}$$

Finalmente tenemos:

$$x \cdot y \cdot z = \frac{64}{3} \cdot \frac{34}{11} \cdot \frac{1}{11}$$

$$\therefore xyz = \frac{2176}{3993}$$

Rpta.: C

Resolución 76: Como el sistema es consistente; se cumple que:

$$\begin{vmatrix} 1 & 2 & -1 \\ 2 & -3 & 1 \\ 3 & -1 & k \end{vmatrix} \neq 0$$

Efectuando $C_1 + C_3$:

$$\begin{vmatrix} 0 & 2 & -1 \\ 3 & -3 & 1 \\ k+3 & -1 & k \end{vmatrix} \neq 0$$

Efectuando $C_2 + 2C_3$:

$$\begin{vmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 3 & -1 & 1 \\ k+3 & 2k-1 & k \end{vmatrix} \neq 0$$

Por el teorema de Jacobi:

$$(-1) \begin{vmatrix} 3 & -1 \\ k+3 & 2k-1 \end{vmatrix} \neq 0$$

$$6k - 3 + k + 3 \neq 0$$

$$7k \neq 0$$

$$k \neq 0$$

$$\Rightarrow A = \langle -\infty; 0 \rangle \cup \langle 0; \infty \rangle$$

$$\Rightarrow A^c = \{0\}$$

$$\therefore \text{Menor elemento de } A^c = 0$$

Rpta.: C

Resolución 77: El sistema es:

$$\begin{cases} x + (m-1)y - z = 0 & \dots\dots (1) \\ (m-1)x + 3y + z = m & \dots\dots (2) \\ y + z = 1 & \dots\dots (3) \end{cases}$$

Calculando los determinantes que intervienen en la solución del sistema:

$$\bullet \Delta_S = \begin{vmatrix} 1 & m-1 & -1 \\ m-1 & 3 & 1 \\ 0 & 1 & 1 \end{vmatrix}$$

Efectuando $F_2 + F_1$ y $F_3 + F_1$:

$$\Delta_S = \begin{vmatrix} 1 & m-1 & -1 \\ m & m+2 & 0 \\ 1 & m & 0 \end{vmatrix}$$

Por el teorema de Jacobi:

$$\Delta_S = (-1) \begin{vmatrix} m & m+2 \\ 1 & m \end{vmatrix}$$

$$\Delta_S = (-1)(m^2 - m - 2)$$

$$\Rightarrow \Delta_S = -(m-2)(m+1)$$

$$\bullet \Delta_x = \begin{vmatrix} 0 & m-1 & -1 \\ m & 3 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \end{vmatrix}$$

Efectuando $f_2 + f_1$ y $f_3 + f_1$:

$$\Delta_x = \begin{vmatrix} 0 & m-1 & -1 \\ m & m+2 & 0 \\ 1 & m & 0 \end{vmatrix}$$

Por el teorema de Jacobi:

$$\Delta_x = (-1) \begin{vmatrix} m & m+2 \\ 1 & m \end{vmatrix}$$

$$\Delta_x = (-1)(m^2 - m - 2)$$

$$\Rightarrow \Delta_x = -(m-2)(m+1)$$

$$\bullet \Delta_y = \begin{vmatrix} 1 & 0 & -1 \\ m-1 & m & 1 \\ 0 & 1 & 1 \end{vmatrix}$$

Efectuando $C_1 + C_3$:

$$\Delta_y = \begin{vmatrix} 0 & 0 & -1 \\ m & m & 1 \\ 1 & 1 & 1 \end{vmatrix}$$

$$\Rightarrow \Delta_y = 0$$

$$\bullet \Delta_z = \begin{vmatrix} 1 & m-1 & 0 \\ m-1 & 3 & m \\ 0 & 1 & 1 \end{vmatrix}$$

Efectuando $C_2 - C_3$:

$$\Delta_z = \begin{vmatrix} 1 & m-1 & 0 \\ m-1 & 3-m & m \\ 0 & 0 & 1 \end{vmatrix}$$

Por teorema de Jacobi:

$$\Delta_z = \begin{vmatrix} 1 & m-1 \\ m-1 & 3-m \end{vmatrix}$$

$$\Delta_z = 3 - m - m^2 + 2m - 1$$

$$\Delta_z = -m^2 + m + 2$$

$$\Rightarrow \Delta_z = -(m-2)(m+1)$$

Ahora la solución del sistema será:

$$x = \frac{\Delta_x}{\Delta_s}; y = \frac{\Delta_y}{\Delta_s}; z = \frac{\Delta_z}{\Delta_s}$$

$$x = \frac{-(m-2)(m+1)}{-(m-2)(m+1)}; y = \frac{0}{-(m-2)(m+1)};$$

$$z = \frac{-(m-2)(m+1)}{-(m-2)(m+1)}$$

Analizando cada proposición:

I. Solución única si y solo si:

$$-(m-2)(m+1) \neq 0$$

$$m \neq 2; m \neq -1$$

$$m \in \mathbb{R} - \{-1; 2\}$$

$\Rightarrow$ la proposición es verdadera (V)

II. Si $m = -1$; el sistema es compatible indeterminado.

$\Rightarrow$ la proposición es verdadera (V)

III. Si $m = 2$; el sistema es compatible indeterminado

$\Rightarrow$ la proposición es falsa (F)

Rpta.: B

Resolución 78: Reescribiendo el sistema:

$$\begin{cases} 6x + 5y = 6z & \dots (1) \\ 5x + 3y = -4z & \dots (2) \end{cases}$$

$$\begin{cases} 6x + 5y = 6z & \dots (1) \\ 5x + 3y = -4z & \dots (2) \end{cases}$$

Ahora hallaremos x y y en función de z

$$\bullet x = \frac{\Delta_x}{\Delta_s} = \frac{\begin{vmatrix} -6z & 5 \\ -4z & 3 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} 6 & 5 \\ 5 & 3 \end{vmatrix}} = -\frac{2z}{7}$$

$$\bullet y = \frac{\Delta_y}{\Delta_s} = \frac{\begin{vmatrix} 6 & -6z \\ 5 & -4z \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} 6 & 5 \\ 5 & 3 \end{vmatrix}} = -\frac{6z}{7}$$

Observa que la solución del sistema es:

$$(x; y; z) = \left(\frac{-2z}{7}; \frac{-6z}{7}; z \right)$$

Por condición:

$$x_0 = -\frac{2z}{7}$$

$$y_0 = -\frac{6z}{7}$$

$$z_0 = z$$

Sumando tenemos:

$$x_0 + y_0 + z_0 = -\frac{2z}{7} - \frac{6z}{7} + z$$

$$-1 = -\frac{z}{7}$$

$$7 = z$$

Finalmente:

$$x_0 = -2; y_0 = -6; z_0 = 7$$

$$\therefore \min \{-2; -6; 7\} = -6$$

Rpta.: B

Resolución 79: Reescribiendo el sistema:

$$\begin{cases} x - y = -z & \dots\dots (1) \\ 2x + 3y = 750 - 4z & \dots (2) \end{cases}$$

Efectuando $3(1) + (2)$:

$$5x = 750 - 7z$$

$$x = \frac{750 - 7z}{5} \dots\dots (3)$$

Reemplazando (3) en (1):

$$\frac{750 - 7z}{5} - y = -z$$

$$y = z + \frac{750 - 7z}{5}$$

$$y = \frac{750 - 2z}{5} \dots\dots (4)$$

Por condición x es el menor entero positivo; luego en (3) z debe ser el mayor entero positivo múltiplo de cinco.

En (3) por condición:

$$\frac{750 - 7z}{5} > 0$$

$$750 - 7z > 0$$

$$z < 107,1$$

Aquí reconocemos que:

$$z = 105 \dots\dots (5)$$

Reemplazando (5) en (3):

$$x = 3$$

Reemplazando (5) en (4):

$$y = 108$$

$$\therefore x + y + z = 216$$

Rpta.: C

Resolución 80:

El sistema es:

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{1}{x} + \frac{1}{y} - \frac{1}{z} = 6 \dots\dots (1) \end{array} \right.$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{1}{x} - \frac{1}{y} + \frac{1}{z} = 4 \dots\dots (2) \end{array} \right.$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{1}{y} + \frac{1}{z} = \frac{1}{x} \dots\dots (3) \end{array} \right.$$

Efectuando (1) + (2):

$$\frac{2}{x} = 10$$

$$\frac{1}{x} = 5 \Rightarrow x = \frac{1}{5} \dots\dots (4)$$

Efectuando (2) + (3):

$$\frac{2}{z} = 4$$

$$\frac{1}{z} = 2 \Rightarrow z = \frac{1}{2} \dots\dots (5)$$

Reemplazando (4) y (5) en (3):

$$\frac{1}{y} + 2 = 5$$

$$\frac{1}{y} = 3 \Rightarrow y = \frac{1}{3}$$

$$\therefore x.y.z = \frac{1}{30}$$

Rpta.: A

Resolución 81: El sistema es:

$$\begin{cases} \frac{x}{a} + \frac{y}{b} + \frac{z}{c} = \frac{1}{a} + \frac{1}{b} + \frac{1}{c} \dots\dots (1) \end{cases}$$

$$\begin{cases} \frac{x}{b} + \frac{y}{c} + \frac{z}{a} = \frac{1}{a} + \frac{1}{b} + \frac{1}{c} \dots\dots (2) \end{cases}$$

$$\begin{cases} \frac{x}{c} + \frac{y}{a} + \frac{z}{b} = \frac{1}{a} + \frac{1}{b} + \frac{1}{c} \dots\dots (3) \end{cases}$$

Sea $\frac{1}{a} = m$; $\frac{1}{b} = n$ y $\frac{1}{c} = p$; luego el sistema será:

$$\begin{cases} mx + ny + pz = m + n + p \dots\dots (1) \end{cases}$$

$$\begin{cases} nx + py + mz = m + n + p \dots\dots (2) \end{cases}$$

$$\begin{cases} px + my + nz = m + n + p \dots\dots (3) \end{cases}$$

Ahora tenemos:

$$\Delta_S = \begin{vmatrix} m & n & p \\ n & p & m \\ p & m & n \end{vmatrix}$$

Efectuando $C_1 + C_2 + C_3$:

$$\Delta_S = \begin{vmatrix} m+n+p & n & p \\ m+n+p & p & m \\ m+n+p & m & n \end{vmatrix}$$

$$\Delta_S = (m+n+p) \cdot \begin{vmatrix} 1 & n & p \\ 1 & p & m \\ 1 & m & n \end{vmatrix}$$

Efectuando $f_2 - f_1$; $f_3 - f_1$:

$$\Delta_S = (m+n+p) \cdot \begin{vmatrix} 1 & n & p \\ 0 & p-n & m-p \\ 0 & m-n & n-p \end{vmatrix}$$

Por el teorema de Jacobi:

$$\Delta_S = (m+n+p) \begin{vmatrix} p-n & m-p \\ m-n & n-p \end{vmatrix} \dots\dots (4)$$

$$\Delta_z = \begin{vmatrix} m & n & m+n+p \\ n & p & m+n+p \\ p & m & m+n+p \end{vmatrix}$$

$$\Delta_z = (m+n+p) \begin{vmatrix} m & n & 1 \\ n & p & 1 \\ p & m & 1 \end{vmatrix}$$

Efectuando $f_2 - f_1$; $f_3 - f_1$:

$$\Delta_z = (m+n+p) \begin{vmatrix} m & n & 1 \\ n-m & p-n & 0 \\ p-m & m-n & 0 \end{vmatrix}$$

Por el teorema de Jacobi:

$$\Delta_z = (m+n+p) = \begin{vmatrix} n-m & p-n \\ p-m & m-n \end{vmatrix} \dots\dots (5)$$

Finalmente de (4) y (5):

$$z = \frac{\Delta_z}{\Delta_s}$$

$$z = \frac{(m-n)(n-m) - (p-m)(p-m)}{(p-n)(n-p) - (m-n)(m-p)}$$

$$\therefore z = 1$$

Rpta.: A

Resolución 82:

Sean:

x Lb del alimento A

y Lb del alimento B

z Lb del alimento C

Del cuadro:

$$\begin{cases} 6x + 6y + 4z = 60 & \dots\dots (1) \\ 5x + 6y + 7z = 75 & \dots\dots (2) \\ 5x + 4y + 5z = 55 & \dots\dots (3) \end{cases}$$

Se cumple que:

$$z = \frac{\Delta_z}{\Delta_s} \dots\dots (4)$$

Donde:

$$\Delta_s = \begin{vmatrix} 6 & 6 & 4 \\ 5 & 6 & 7 \\ 5 & 4 & 5 \end{vmatrix}$$

Efectuando $F_1 - F_3$:

$$\Delta_S = \begin{vmatrix} 1 & 2 & -1 \\ 5 & 6 & 7 \\ 5 & 4 & 5 \end{vmatrix}$$

Efectuando $C_1 + C_3$; $C_2 + 2C_3$:

$$\Delta_S = \begin{vmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 12 & 20 & 7 \\ 10 & 14 & 5 \end{vmatrix}$$

Por el teorema de Jacobi:

$$\Delta_S = - \begin{vmatrix} 12 & 20 \\ 10 & 14 \end{vmatrix}$$

$$\Delta_S = - (168 - 200) = 32$$

Asimismo:

$$\Delta_z = \begin{vmatrix} 6 & 6 & 60 \\ 5 & 6 & 75 \\ 5 & 4 & 55 \end{vmatrix}$$

Efectuando $C_2 - C_1$:

$$\Delta_z = \begin{vmatrix} 6 & 0 & 60 \\ 5 & 1 & 75 \\ 5 & -1 & 55 \end{vmatrix}$$

Efectuando $F_2 + F_3$:

$$\Delta_z = \begin{vmatrix} 6 & 0 & 60 \\ 10 & 0 & 130 \\ 5 & 1 & 55 \end{vmatrix}$$

Por el teorema de Jacobi

$$\Delta_z = \begin{vmatrix} 6 & 60 \\ 10 & 130 \end{vmatrix}$$

$$\Delta_z = 780 - 600 = 180$$

Ahora en (4) tenemos:

$$z = \frac{180}{32} \text{ libras}$$

$$z = \frac{180}{32} \text{ libras} \cdot \left(\frac{16 \text{ onz}}{1 \text{ lb}} \right)$$

$$z = \frac{180}{32} \cdot 16 \text{ onz}$$

$$\therefore z = 90 \text{ onz}$$

Rpta.: D

Resolución 83: Sean:

$2x$ Lb cacahuete de $S/3$ por Lb
 x Lb de cacahuete de $S/4$ por Lb
 y Lb de nueces de $S/8$ por Lb

Por precio medio:

$$\frac{3(2x) + 4(x) + 8(y)}{2x + x + y} = 6$$

$$\frac{6x + 4x + 8y}{140} = 6$$

$$10x + 8y = 840$$

$$5x + 4y = 420$$

Efectuando $3(1) - 5(2)$:

$$12y - 5y = 1260 - 700$$

$$7y = 560$$

$$\therefore y = 80 \text{ Lb}$$

Rpta.: D**Resolución 84:** Sean:

S/x por flete de cada caja pequeña
 S/y por flete de cada caja grande

Del enunciado:

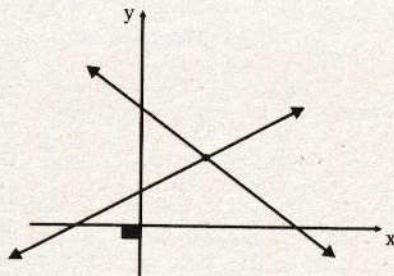
$$\begin{cases} 8x + 5y = 184 & \dots (1) \\ y - x = 3 & \dots (2) \end{cases}$$

Efectuando $(1) + 8(2)$:

$$13y = 208$$

$$y = 16 \wedge x = 13$$

En forma gráfica:

**Rpta.: B**

Resolución 85: En la primera ecuación:

$$x^2 + y^2 = \frac{5}{2}xy$$

$$\underbrace{x^2 + y^2 - 2xy} = \frac{5}{2}xy - 2xy$$

$$(x - y)^2 = \frac{xy}{2} \dots\dots (*)$$

De la segunda ecuación:

$$x - y = \frac{1}{4}xy$$

Ahora en (*) tenemos:

$$\frac{(xy)^2}{16} = \frac{xy}{2}$$

Fácilmente reconocemos que $xy \neq 0$; luego tenemos:

$$\frac{xy}{16} = \frac{1}{2}$$

$$xy = 8$$

Finalmente en la primera ecuación:

$$x^2 + y^2 = \frac{5}{2}(xy)$$

$$x^2 + y^2 = \frac{5}{2}(8)$$

$$\therefore x^2 + y^2 = 20$$

Rpta.: C

Resolución 86: El sistema es:

$$\begin{cases} x^3 + y^3 = 7 & \dots\dots (1) \\ xy(x + y) = -2 & \dots\dots (2) \end{cases}$$

Efectuando (1) + 3(2):

$$x^3 + y^3 + 3xy(x + y) = 7 - 6$$

$$(x + y)^3 = 1$$

$$\therefore x + y = 1$$

Rpta.: C

Resolución 87: El sistema dado es:

$$\begin{cases} (x+y) + 3(2x^2 - y^2) = -17 & \dots (1) \\ (x-y) - 2(2x^2 - y^2) = 12 & \dots (2) \end{cases}$$

Efectuando $2(1) + 3(2)$:

$$2(x+y) + 3(x-y) = -34 + 36$$

$$5x - y = 2$$

$$5x - 2 = y \dots (3)$$

Reemplazando (3) en (1):

$$x + 5x - 2 + 3[2x^2 - (5x - 2)^2] = -17$$

$$6x - 2 + 3(-23x^2 + 20x - 4) = -17$$

$$6x - 2 - 69x^2 + 60x - 12 = -17$$

$$-69x^2 + 66x - 14 = -17$$

$$-69x^2 + 66x + 3 = 0$$

$$23x^2 - 22x - 1 = 0$$

$$(23x + 1)(x - 1) = 0$$

$$x = -\frac{1}{23} \vee x = 1$$

En (3):

$$\text{Si } x = -\frac{1}{23} \Rightarrow y = -\frac{51}{23}$$

$$\text{Aquí se observa que } x + y = -\frac{52}{23} \dots (4)$$

En (3):

$$\text{Si } x = 1 \Rightarrow y = 3$$

$$\text{Aquí se observa que } x + y = 4 \dots (5)$$

Finalmente de (4) y (5) tenemos:

$$\sum \text{de valores} = 4 - \frac{52}{23}$$

$$\therefore \sum \text{de valores} = \frac{40}{23}$$

Rpta.: B**Resolución 88:** Supongamos una ecuación cuadrática en T; de raíces $x \wedge y$; luego:

$$S = x + y \wedge p = xy$$

En el sistema dado:

$$\begin{cases} p^2 - 5p + 6 = 0 & \dots (1) \\ S^2 - 7S + 12 = 0 & \dots (2) \end{cases}$$

De (1):

$$p = 2 \vee p = 3$$

De (2):

$$S = 3 \vee S = 4$$

- Si $p = 2 \wedge S = 3 \Rightarrow T^2 - 3T + 2 = 0$
La ecuación tiene 2 soluciones reales diferentes
- Si $p = 2 \wedge S = 4 \Rightarrow T^2 - 4T + 2 = 0$
La ecuación tiene 2 soluciones reales diferentes
- Si $p = 3 \wedge S = 3 \Rightarrow T^2 - 3x + 3 = 0$
La ecuación no tiene soluciones reales
($\Delta < 0$)
- Si $p = 3 \wedge S = 4 \Rightarrow T^2 - 4T + 3 = 0$
La ecuación tiene 2 soluciones reales diferentes

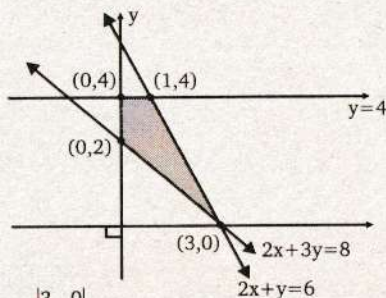
$\therefore$ La ecuación presenta 6 soluciones reales y diferentes.

Rpta.: D

Resolución 89: El sistema dado es:

$$\begin{cases} 2x + 3y \geq 6 \\ 2x + y \leq 6 \\ y \leq 4 \\ x \geq 0 \\ y \geq 0 \end{cases}$$

Graficando tenemos:



$$A = \frac{1}{2} \begin{vmatrix} 3 & 0 \\ 1 & 4 \\ 0 & 4 \\ 0 & 2 \\ 3 & 0 \end{vmatrix}$$

$$A = \frac{1}{2} |16 - 6| = \frac{1}{2} (10)$$

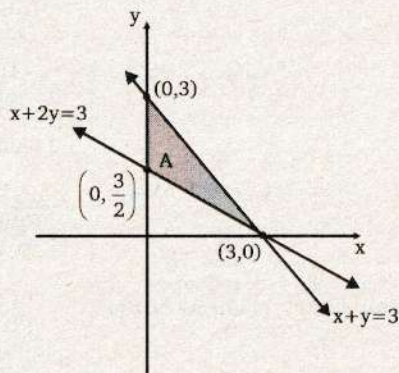
$$\therefore A = 5U^2$$

Rpta.: A

Resolución 90: El sistema mostrado es:

$$\begin{cases} x + y \leq 3 \dots\dots (1) \\ x + 2y \geq 3 \dots\dots (2) \\ x, y \geq 0 \dots\dots (3) \end{cases}$$

Graficando tenemos:



De acuerdo con la fórmula:

$$A = \frac{1}{2} \begin{vmatrix} 3 & 0 \\ 0 & 3 \\ 0 & \frac{3}{2} \\ 3 & 0 \end{vmatrix}$$

$$A = \frac{1}{2} \left| 9 - \frac{9}{2} \right| = \frac{1}{2} \left(\frac{9}{2} \right)$$

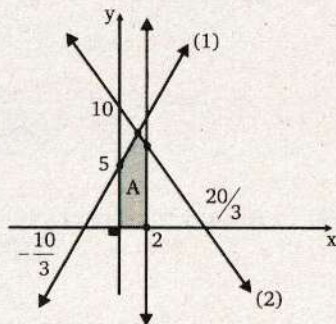
$$\therefore A = \frac{9}{4} U^2$$

Rpta.: D

Resolución 91: El sistema dado es:

$$\begin{cases} 2y \leq 3x + 10 \dots\dots (1) \\ 3x + 2y \leq 20 \dots\dots (2) \\ 0 \leq x \leq 2 \dots\dots (3) \\ y \geq 0 \dots\dots (4) \end{cases}$$

Graficando tenemos:



∴ A es una región convexa y acotada

Rpta.: D

Resolución 92:

Fácilmente podemos reconocer que la recta que determina la región sombreada pasa por los puntos (3;3) y (0;2).
Hallems la ecuación de la recta.

$$m = \frac{3-2}{3-0} = \frac{1}{3}$$

$$m = \frac{1}{3} = \frac{y-3}{x-3}$$

$$x-3 = 3y-9$$

$$x-3y+6=0$$

Finalmente la región sombreada queda determinada por:

$$x-3y+6 \geq 0$$

Rpta.: D

Resolución 93:

La función objetivo es $f(x_1, x_2) = ax_1 + bx_2$

Por condición se plantea:

$$F(2,5) = F(4,3)$$

$$2a + 5b = 4a + 3b$$

$$2b = 2a$$

$$b = a$$

También por condición:

$$20 < F(2,5) < 25$$

$$20 < 2a + 5a < 25$$

$$20 < 7a < 25$$

Como $a \in \mathbb{Z} \Rightarrow a = 3 = b$

$$\therefore a + b = 6$$

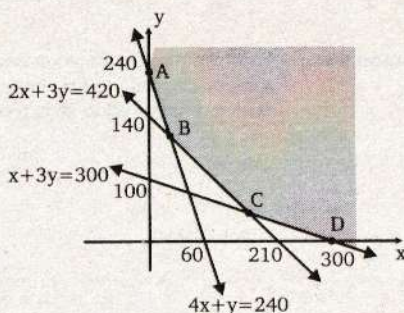
Rpta.: C

Resolución 94: Reescribiendo el sistema dado, tenemos:

$$\begin{cases} 4x + y \geq 240 \\ 2x + 3y \geq 420 \\ x + 3y \geq 300 \\ x \geq 0 \\ y \geq 0 \end{cases}$$

la función objetivo es:

$$z = F(x; y) = 4x + 6y$$



Hallaremos las coordenadas de B:

$$\begin{cases} 2x + 3y = 420 \\ 4x + y = 240 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = 30 \\ y = 120 \end{cases} \Rightarrow B = (30; 120)$$

Hallaremos las coordenadas de C:

$$\begin{cases} 2x + 3y = 420 \\ x + 3y = 300 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = 120 \\ y = 60 \end{cases} \Rightarrow C = (120; 60)$$

Ahora evaluando cada vértice en la función objetivo tenemos:

En A = (0; 240):

$$\begin{aligned} F(0; 240) &= 4(0) + 6(240) \\ F(0; 240) &= 1440 \end{aligned}$$

En B = (30; 120):

$$\begin{aligned} F(30; 120) &= 4(30) + 6(120) \\ F(30; 120) &= 840 \end{aligned}$$

En C = (120; 60):

$$F(120; 60) = 4(120) + 6(60)$$

$$F(120; 60) = 840$$

En D = (300; 0):

$$F(300; 0) = 4(300) + 6(0)$$

$$F(300; 0) = 1200$$

∴ El mínimo valor de la función es 840

Rpta.: B

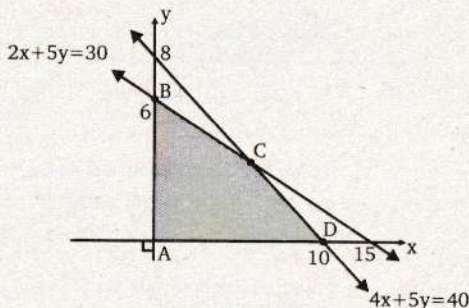
Resolución 95: La función objetivo es:

$$F(x; y) = 3x + 8y$$

El conjunto de restricciones es:

$$\begin{cases} 4x + 5y \leq 40 \\ 2x + 5y \leq 30 \\ x \geq 0 \\ y \geq 0 \end{cases}$$

La región factible viene dada por:



Hallaremos las coordenadas de C:

$$\begin{cases} 4x + 5y = 40 \\ 2x + 5y = 30 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = 5 \\ y = 4 \end{cases}$$

$$\Rightarrow c = (5; 4)$$

Ahora evaluando cada vértice en la función objetivo tenemos:

En A = (0; 0):

$$F(0; 0) = 3(0) + 8(0)$$

$$F(0; 0) = 0$$

En B = (0; 6):

$$F(0; 6) = 3(0) + 8(6)$$

$$F(0; 6) = 48$$

En C = (5; 4):

$$F(5; 4) = 3(5) + 8(4)$$

$$F(5; 4) = 47$$

En $D = (10; 0)$:

$$F(10; 0) = 3(10) + 8(0)$$

$$F(10; 0) = 30$$

∴ El máximo valor de la función es 48

Rpta.: D**Resolución 96:**

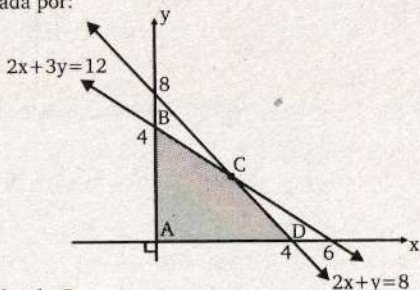
La función objetivo es:

$$z(x; y) = 3x + y$$

El conjunto de restricciones es:

$$\begin{cases} 2x + y \leq 8 \\ 2x + 3y \leq 12 \\ x \geq 0 \\ y \geq 0 \end{cases}$$

La región factible viene dada por:



Hallaremos las coordenadas de C:

$$\begin{cases} 2x + 3y = 12 \\ 2x + y = 8 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = 3 \\ y = 2 \end{cases} \Rightarrow C = (3; 2)$$

Ahora; evaluando cada vértice en la función objetivo tenemos:

En $A = (0; 0)$:

$$z(0; 0) = 3(0) + 0$$

$$z(0; 0) = 0$$

En $B = (0; 4)$:

$$z(0; 4) = 3(0) + 4$$

$$z(0; 4) = 4$$

En $C = (3; 2)$:

$$z(3; 2) = 3(3) + 2$$

$$z(3; 2) = 11$$

En $D = (4; 0)$:

$$z(4; 0) = 3(4) + 0$$

$$z(4; 0) = 12$$

∴ El máximo valor de la función es 12

Rpta.: E

Resolución 97: Sean:

x = cantidad producida del artículo A

y = cantidad producida del artículo B

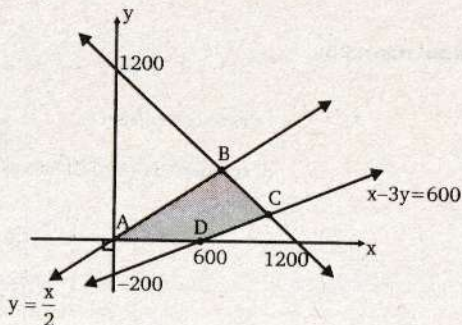
La función objetivo es:

$$F(x; y) = \frac{3}{2}x + 2y$$

El conjunto de restricciones es:

$$\begin{cases} x + y \leq 1200 \\ y \leq \frac{x}{2} \\ x \leq 600 + 3y \\ x, y \geq 0 \end{cases}$$

La región factible viene dada por:



Hallemos las coordenadas de B:

$$\begin{cases} x + y = 1200 \\ y = \frac{x}{2} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = 800 \\ y = 400 \end{cases} \Rightarrow B = (800; 400)$$

Hallemos las coordenadas de C:

$$\begin{cases} x - 3y = 600 \\ x + y = 1200 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = 1050 \\ y = 150 \end{cases} \Rightarrow C = (1050; 150)$$

Ahora; evaluando cada vértice en la función objetivo tenemos:

En $A = (0; 0)$:

$$F(0; 0) = \frac{3}{2}(0) + 2(0)$$

$$F(0; 0) = 0$$

En $B = (800; 400)$:

$$F(800; 400) = \frac{3}{2}(800) + 2(400)$$

$$F(800; 400) = 2000$$

BOLETÍN DE ÁLGEBRA - 15

En C = (1050; 150):

$$F(1050; 150) = \frac{3}{2}(1050) + 2(150)$$

$$F(1050; 150) = 1875$$

En D = (600; 0):

$$F(600; 0) = \frac{3}{2}(600) + 2(0)$$

$$F(600; 0) = 900$$

Observa que la ganancia máxima ocurre cuando tenemos $x = 800 \wedge y = 400$

$$\therefore x - y = 400$$

Rpta.: D

Resolución 98:

 x = N° de escritorios del tipo I y = N° de escritorios del tipo II

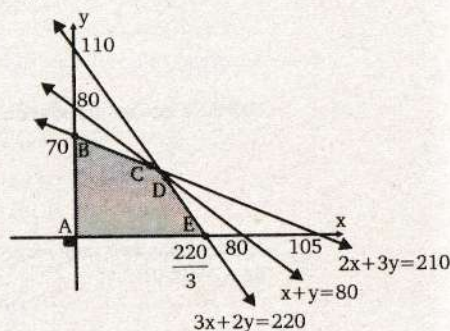
La función objetivo es:

$$F(x; y) = 5x + 6y$$

El conjunto de restricciones es:

$$\begin{cases} x + y \leq 80 \\ 3x + 2y \leq 220 \\ 2x + 3y \leq 210 \\ x \geq 0 \\ y \geq 0 \end{cases}$$

La región factible viene dada por:



Hallemos las coordenadas de C:

$$\begin{cases} 2x + 3y = 210 \\ x + y = 80 \end{cases} \Rightarrow x = 30 \wedge y = 50$$

$$\Rightarrow C = (30; 50)$$

Hallemos las coordenadas de D:

$$\begin{cases} 3x + 2y = 220 \\ x + y = 80 \end{cases} \Rightarrow x = 60 \wedge y = 20$$

$$\Rightarrow D = (60; 20)$$

Ahora; evaluando cada vértice en la función objetivo tenemos:

En A = (0; 0):

$$\begin{aligned} F(0; 0) &= 5(0) + 6(0) \\ F(0; 0) &= 0 \end{aligned}$$

En B = (0; 70):

$$\begin{aligned} F(0; 70) &= 5(0) + 6(70) \\ F(0; 70) &= 420 \end{aligned}$$

En C = (30; 50):

$$\begin{aligned} F(30; 50) &= 5(30) + 6(50) \\ F(30; 50) &= 450 \end{aligned}$$

En D = (60; 20):

$$\begin{aligned} F(60; 20) &= 5(60) + 6(20) \\ F(60; 20) &= 420 \end{aligned}$$

En E = $\left(\frac{220}{3}; 0\right)$:

$$F\left(\frac{220}{3}; 0\right) = 5\left(\frac{220}{3}\right) + 6(0)$$

$$F\left(\frac{220}{3}; 0\right) = \frac{1100}{3}$$

Observa que la utilidad máxima es S/450 y ocurre cuando se producen 30 escritorios del tipo I y 50 escritorios del tipo II.

Horas utilizadas en armado:

$$30(30) + 2(50) = 190$$

$$\text{Horas no utilizadas} = 220 - 190$$

$$\therefore \text{Horas no utilizadas} = 30$$

Rpta.: C

Resolución 99: Sean:

x = Unidades del modelo A

y = Unidades del modelo B

Condición:

$$x + y \leq 2500 \wedge 200x + 300y \leq 600000$$

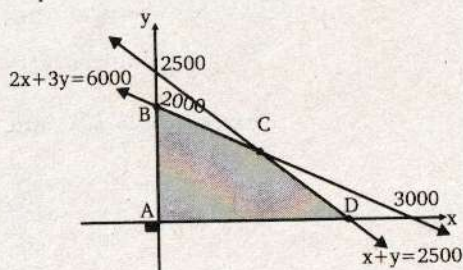
La función objetivo es:

$$F(x; y) = 25x + 40y$$

El conjunto de restricciones es:

$$\begin{cases} x + y \leq 2500 \\ 2x + 3y \leq 6000 \\ x \geq 0 \\ y \geq 0 \end{cases}$$

La región factible viene dada por:



Hallaremos las coordenadas de C:

$$\begin{cases} 2x + 3y = 6000 \\ x + y = 2500 \end{cases} \Rightarrow x = 1500 \wedge y = 1000$$

$$\Rightarrow C = (1500; 1000)$$

Ahora; evaluando cada vértice en la función objetivo tenemos:

En A = (0; 0):

$$F(0; 0) = 25(0) + 40(0)$$

$$F(0; 0) = 0$$

En B = (0; 2000):

$$F(0; 2000) = 25(0) + 40(2000)$$

$$F(0; 2000) = 80000$$

En C = (1500; 1000):

$$F(1500; 1000) = 25(1500) + 40(1000)$$

$$F(1500; 1000) = 77500$$

En D = (2500; 0):

$$F(2500; 0) = 25(2500) + 40(0)$$

$$F(2500; 0) = 62500$$

Observa que la ganancia máxima es S/80 000 y ocurre cuando:

$$x = 0 \wedge y = 2000$$

Rpta.: B

Resolución 100: Sean:

x = N° de bicicletas de paseo

y = N° de bicicletas de carrera

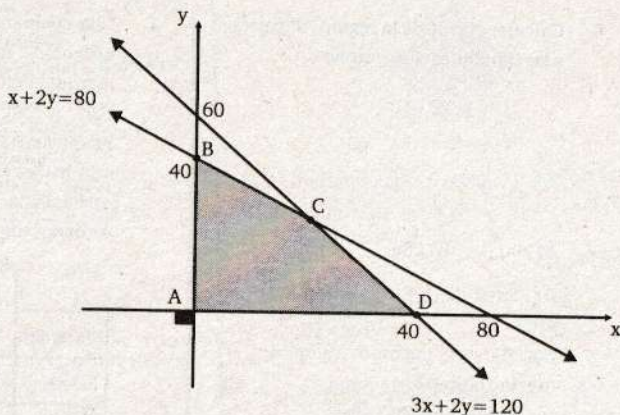
La función objetivo es:

$$F(x; y) = 500x + 900y$$

El conjunto de restricciones es:

$$\begin{cases} x + 2y \leq 80 \\ 3x + 2y \leq 120 \\ x \geq 0 \\ y \geq 0 \end{cases}$$

La región factible viene dada por:



Hallaremos las coordenadas de C:

$$\begin{cases} 3x + 2y = 120 \\ x + 2y = 80 \end{cases} \Rightarrow x = 20 \wedge y = 30$$

$$\Rightarrow C = (20; 30)$$

Ahora; evaluando cada vértice en la función objetivo tenemos:

En A = (0; 0):

$$F(0; 0) = 500(0) + 900(0)$$

$$F(0; 0) = 0$$

En B = (0; 40):

$$F(0; 40) = 500(0) + 900(40)$$

$$F(0; 40) = 36000$$

En C = (20; 30):

$$F(20; 30) = 500(20) + 900(30)$$

$$F(20; 30) = 37000$$

En D = (40; 0):

$$F(40; 0) = 500(40) + 900(0)$$

$$F(40; 0) = 20000$$

Observa que el máximo beneficio es S/37 000 y ocurre cuando:

$$x = 20 \wedge y = 30$$

Rpta.: C

PROBLEMAS PROPUESTOS

1. Calcular el área de la región "S" sujeta a las siguientes restricciones:

$$\begin{cases} 2y \leq -x + 10 \\ x \geq \\ y \geq 0 \end{cases}$$

- A) $20u^2$ B) $25u^2$ C) $30u^2$
D) $35u^2$ E) $40u^2$

2. Calcular el máximo valor de la función objetivo:

$$F(x,y) = 3x + 2y$$

sujeta a las siguientes restricciones:

$$\begin{cases} y \leq 2x \\ 1 \leq x \leq 3 \\ 2 \leq y \leq 6 \end{cases}$$

- A) 21 B) 20 C) 13
D) 7 E) 6

3. Sea "S" la región admisible sujeta a las siguientes restricciones:

$$\begin{cases} y \leq 2x - 1 \\ y \leq -4x + 23 \\ y \geq \frac{1}{2}x + \frac{1}{2} \end{cases}$$

Minimizar:

$$F(x,y) = 2x + 3y$$

- A) 29 B) 19 C) 5
D) 10 E) 17

4. Una compañía produce dos tipos de artículos, mecánicos y eléctricos mensualmente. Cada uno requiere para su fabricación el uso de tres máquinas A, B y C. En la tabla adjunta se muestra la información relacionada con la fabricación de estos dos tipos de artículos:

	A	B	C	Utilidad/unidad
Mecánico	2h	1h	1h	\$ 4
Eléctrico	1h	2h	1h	\$ 6
Máx. de horas disponibles	180h	160h	100h	

Se sabe que la compañía vende todos los artículos que produce. Determine la utilidad máxima mensual.

- A) 360 B) 440 C) 480
D) 520 E) 550

5. Dadas las siguientes proposiciones respecto a la programación lineal:

- Las restricciones son desiguales cuadráticas.
- El punto óptimo se encuentra en la región admisible.
- La región admisible contiene puntos, los cuales tienen en algunos de sus coordenadas valor negativo.

Es(son) correcta(s):

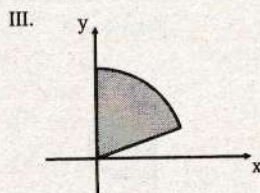
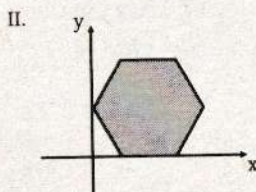
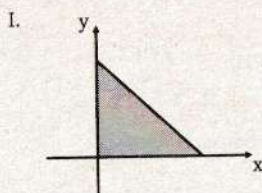
- A) Solo I B) Solo III
C) Solo II
D) I y II E) II y III

6. Con respecto a la programación lineal, dar el valor de verdad de las siguientes proposiciones:

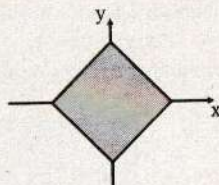
- I. Las restricciones son desiguales lineales.
- II. La región admisible se encuentra en el primer cuadrante.
- III. Optimizar significa maximizar o minimizar la función objetivo.

- A) VVV B) VVF C) VFF
D) FFV E) FFF

7. A continuación se muestra 4 regiones en el plano "xy".



IV.



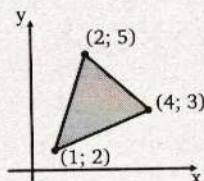
Indique cuál(es) de ellas representa la región admisible de un problema de programación lineal.

- A) I, II B) II, III C) II, IV
D) I, II, IV E) III, IV

8. Calcular la suma de los valores óptimos de la función objetivo:

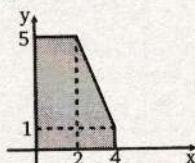
$$F(x; y) = 5x + 3y$$

cuya región admisible es:



- A) 10 B) 20 C) 30
D) 40 E) 50

9. Dada la gráfica de la región admisible



Maximizar la función objetivo:

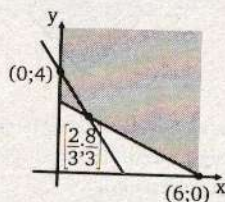
$$F(x; y) = 3x + 2y$$

- A) 10 B) 12 C) 13
D) 14 E) 16

10. Minimizar la función objetivo:

$$F(x; y) = 9x + 3y$$

cuya gráfica de la región admisible es:



- A) 10 B) 12 C) 26
D) 32 E) 54

11. Calcule el máximo valor de:

$$F(x; y) = 10x + 2y$$

sabiendo que:

$$\begin{cases} x + y \leq 6 \\ 2x + y \geq 6 \\ y - x \geq -2 \end{cases}$$

- A) 12 B) 28 C) 44
D) 50 E) 62

12. Determine el máximo valor que admite:

$$F(x; y) = 2x + y$$

sujeta a las siguientes condiciones:

$$\begin{cases} y \leq x + 2 \\ y \leq -x + 3 \\ x \geq 0 \\ y \geq 0 \end{cases}$$

- A) 6 B) 14 C) 15
D) 20 E) 30

13. Maximizar la función:

$$F(x; y) = 4x + 3y$$

sujeta a las restricciones:

$$\begin{cases} x \geq 4 \\ y \geq 2 \\ x + 2y \leq 20 \end{cases}$$

- A) 80 B) 60 C) 70
D) 90 E) 45

14. Minimizar la función:

$$F(x; y) = 6x + 3y$$

bajo las siguientes condiciones:

$$\begin{cases} y \leq 2x + 3 \\ x + y \leq 7 \\ x \geq 0 \\ y \geq 0 \end{cases}$$

- A) 42 B) 0 C) 32
D) 23 E) 12

15. Maximizar la función:

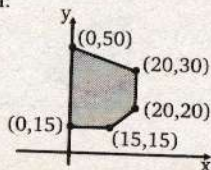
$$F(x; y) = \frac{1}{2}x + \frac{1}{4}y$$

según las restricciones:

$$\begin{cases} x, y \geq 0 \\ 8x + 7y \leq 56 \\ 8x + 3y \geq 24 \end{cases}$$

- A) 3,5 B) 4,5 C) 2,5
D) 1,5 E) 5,5

16. Determine el máximo valor de la función
- $z = 2x + 3y$
- , donde los valores de
- $(x; y)$
- se muestran en la siguiente figura:



- A) 45 B) 75 C) 100
D) 150 E) 180

17. Calcular : $x - y$ de :

$$\begin{cases} 10x + 9y = 8 \\ 8x - 15y = -1 \end{cases}$$

- A) 6 B) $\frac{1}{2}$ C) 3
D) $\frac{1}{6}$ E) $\frac{1}{3}$

18. ¿Qué valor de x satisface el sistema:

$$\begin{cases} 9x - 4y = 2 \\ 3x + 8y = 3 \end{cases}$$

- A) 1 B) $\frac{1}{2}$ C) $\frac{1}{3}$
D) $\frac{1}{4}$ E) $\frac{1}{6}$

19. Luego de resolver el sistema:

$$\begin{cases} 2x - 3y + 8z = 2 \\ 6x + 9y - 12z = 3 \\ 4x + 6y + 4z = 5 \end{cases}$$

Calcular el valor de $\frac{x}{yz}$

- A) 6 B) 12 C) 4
D) 3 E) 7

20. Calcular el valor de " $x + y$ " del sistema:

$$\frac{5}{\sqrt{x}} - \frac{3}{\sqrt{y}} = \frac{3}{2} \wedge \frac{4}{\sqrt{y}} - \frac{2}{\sqrt{x}} = \frac{1}{3}$$

- A) 9 B) 10 C) 11
D) 12 E) 13

21. Calcular $x^2 + y^2$ del sistema :

$$\begin{cases} \frac{5}{2x+y} + \frac{4}{2x-3y} = 5 \\ \frac{15}{2x+y} + \frac{2}{2x-3y} = 5 \end{cases}$$

- A) 10 B) 17 C) 26
D) 5 E) 2

22. Encontrar el valor de " x " del sistema:

$$\begin{cases} mx - 2y = 3 \\ 3x + my = 4 \end{cases}; m \neq 0$$

- A) $\frac{3m-8}{m+6}$ B) $\frac{3m+8}{m-6}$ C) $\frac{3m+8}{m^2+6}$
D) $\frac{3m+8}{m+6}$ E) $\frac{3m-8}{m-6}$

23. Luego de resolver el sistema:

$$\begin{cases} (a+b)x - (a-b)y = 4ab \\ (a-b)x + (a+b)y = 2(a^2 - b^2) \end{cases}$$

Indicar el valor de " y ":

- A) $a+b$ B) $a-b$ C) $a+ab$
D) $b+ab$ E) $b-a$

24. Si: $(x_0; y_0)$ es solución del sistema:

$$\begin{cases} \frac{m}{x-a} + \frac{n}{y-b} = \frac{m-n}{b-a} \\ \frac{r}{x-a} - \frac{p}{y-b} = \frac{r+p}{b-a} \end{cases}$$

Calcular: $ab - x_0 y_0$

- A) 0 B) $\frac{ab}{2}$ C) $-ab$
D) $ab - 1$ E) $-\frac{ab}{2}$

25. Hallar "x" del sistema:

$$\begin{cases} \frac{1}{x} + \frac{1}{y} = 5 \\ \frac{1}{y} + \frac{1}{z} = 7 \\ \frac{1}{x} + \frac{1}{z} = 6 \end{cases}$$

- A) $\frac{1}{4}$ B) $\frac{1}{8}$ C) $\frac{1}{2}$
D) $\frac{1}{16}$ E) 2

26. Halle el valor de "x" del siguiente sistema:

$$\begin{cases} x + y + z = 1 \\ ax + by + cz = d \\ a^2x + b^2y + c^2z = d^2 \end{cases}$$

- A) $\frac{(c+d)(c-d)}{a+b}$ B) $\frac{(c-d)(a-b)}{(b-d)(a-c)}$
C) $\frac{c-d}{b-a}$
D) $\frac{b}{c}$ E) $\frac{(c-d)(b-d)}{(c-a)(b-a)}$

27. Calcular el valor de:
- $x-y+z-w$
- ; del sistema:

$$\begin{cases} x + y + z = -2 \\ y + z + w = 8 \\ z + w + x = 7 \\ w + x + y = 2 \end{cases}$$

- A) -3 B) -5 C) 3
D) 5 E) -8

28. Si:
- $(x_0; y_0)$
- es la solución del siguiente sistema:

$$\begin{cases} \sqrt{x+y} - 2\sqrt{xy} = \sqrt{y} \\ \sqrt{4x+9y} - 12\sqrt{xy} = 7 \end{cases}$$

Calcular el valor de: $x_0 - 2y_0$

- A) 93 B) 96 C) 98
D) 102 E) 125

29. Halle w del sistema:

$$\begin{cases} x + y = 5 \\ y + z = 8 \\ z + v = 9 \\ v + w = 11 \\ x + w = 9 \end{cases}$$

- A) 5 B) 6 C) 7
D) 16 E) 3

30. Calcular "
- $x+y+z$
- " a partir del sistema:

$$\begin{cases} \frac{xy}{5x+2y} = 6 \\ \frac{xz}{3x+2z} = 8 \\ \frac{yz}{3y+5z} = 6 \end{cases}$$

- A) 24 B) 64 C) 48
D) 128 E) 36

31. Luego de resolver:

$$\begin{cases} \frac{2}{3x+y-2} + \frac{3}{x+4y+1} = \frac{7}{24} \\ \frac{1}{3x+y-2} - \frac{2}{x+4y+1} = \frac{7}{12} \end{cases}$$

Indicar el valor de: $2x + y$

- A) 1 B) 2 C) 4
D) 5 E) 0

32. Halle el valor de "x" del sistema:

$$\frac{x+y-1}{x-y+1} = a \wedge \frac{x+y-1}{x-y+1} = ab$$

- A) $\frac{a+1}{ab+1}$ B) $\frac{a-1}{ab+1}$
C) $\frac{a+1}{ab-1}$
D) $\frac{a+1}{a+b}$ E) $\frac{b+1}{ab+1}$

33. Luego de resolver el problema:

$$\begin{cases} x - ay + a^2z = a^3 \\ x - by + b^2z = b^3 \\ x - cy + c^2z = c^3 \end{cases}$$

Indicar el valor de: $\frac{x-abc}{yz}$

- A) 0 B) abc C) $a+b+c$
D) $ab+bc+ac$ E) 1

34. ¿Qué valor debe asignarse al parámetro K a fin que el sistema:

$$\begin{cases} (2k+2)x + 5y = 7 \\ (k+2)x + 4y = 8 \end{cases}$$

no admitan solución:

- A) 1 B) 2 C) 3
D) 4 E) 5

35. Un granjero amarra su vaca en la esquina de su casa, el observa que si la cuerda fuera alargada en 10 m ella podría abarcar 4 veces el área original, entonces la longitud original de la cuerda es:

- A) $\frac{10}{3}$ m B) 5m C) 15m
D) 20m E) 10m

36. Un anciano deja una herencia de 2m.n soles a un cierto número de parientes sin embargo m de estos renuncian a su parte y entonces cada uno de los restantes se beneficia en n soles más. ¿Cuántos son los parientes?

- A) n B) m C) 2n
D) 2m E) $m+n$

37. Un número positivo menos el doble de la suma de sus cifras es igual a la suma de los cuadrados de estas dos cifras, además el número obtenido al permutar sus cifras menos 9 da el número original, entonces el producto del cuadrado de dicho número por la suma de sus dos cifras es:

- A) 432 B) 2645 C) 5120
D) 8092 E) 12943

38. Se sacaron 9Lt de un barril que estaba lleno de vino; reemplazándolo por agua. A continuación se sacaron 9 Lt. de esta mezcla reemplazándolos por agua. La cantidad de vino que quedó en el barril y la de agua están en la relación de 16/9. ¿Cuál es la capacidad del barril?

- A) 35L B) 40L C) 45L
D) 90L E) 135L

39. Un automóvil sube una cuesta a 60km/h, la baja a 90km/h y en el llano va a 80km/h.; para recorrer a 230km de A hasta B emplearían 3 horas y en el regreso 10 min mas. Calcular la longitud del camino llano que hay entre A y B.
- A) 60km B) 40km C) 70km
D) 30km E) 80km
40. Cuando yo tenga la edad que él tiene que es lo que tenías, cuando el tenía la edad que yo tengo, él tendrá la edad que tienes y a tí te faltara 15 años para duplicar la edad que yo tengo. ¿Cuántos años tengo, si hace 10 años tenía la mitad de la edad que tienes?
- A) 30 B) 20 C) 50
D) 25 E) 35
41. Un excursionista parte en su auto a las 8 am hacia un lugar distante 504 km, 3 horas después hace una parada en la cual se percató que la fracción transcurrida del día es igual a la fracción del camino que aún le falta recorrer. ¿Qué velocidad tiene?
- A) 120km/h B) 890km/h
C) 91km/h
D) 80km/h E) 78km/h
42. Sabiendo que 75 vacas se han comido en 12 días la hierba de un prado de 60 áreas y que 81 vacas se han comido la de un prado de 72 áreas en 15 días. ¿Cuántas vacas serán necesarias para comer en 18 días la hierba de un prado de 96 áreas?
- Suponer que en los 3 prados la hierba está a la misma altura y que continúa creciendo uniformemente, también suponer que todas las vacas consumen la misma cantidad de hierba diariamente.
- A) 80 B) 90 C) 100
D) 120 E) 140
43. Se ha construido un muro, el primer día se hizo $1m^3$ más la novena parte de lo que quedaba por hacer; el segundo día $2m^3$ y la novena parte de lo que quedaba, el tercer día $3m^3$ y la novena parte del resto y así sucesivamente. ¿Calcular el volumen del muro suponiendo que todos los días se hizo la misma cantidad de obra?
- A) $81m^3$ B) $64m^3$ C) $72m^3$
D) $42m^3$ E) $96m^3$
44. Un comerciante compró maletas al precio de S/7 500.00 c/u y además le regalan 4 por cada 19 que compra; recibiendo en total 391 maletas. ¿Cuál fue en soles, la inversión del comerciante?
- A) 2 422 500 B) 2 423 500
C) 243 000
D) 240 000 E) 2 300 200

45. Una liebre perseguida por un perro lleva ya adelantados 90 saltos y da 5 saltos mientras que el perro da 4; además 7 saltos de la liebre equivalen a 5 del perro. ¿Cuántos saltos dará el perro para alcanzar a la liebre?

A) 450 B) 300 C) 600
D) 650 E) 500

46. Un tonel A contiene 237 lt de vino que cuesta S/ 1800 el litro; otro tonel B contiene 222 lt de vino de S/1550 el lt. Se desea retirar de cada uno de los toneles la misma cantidad de lt de manera que al colocar en A el vino sacado de B y viceversa los dos toneles tengan el mismo valor. ¿Qué cantidad será ésta?

A) 330 L B) 82,50 L C) 165 L
D) 80 L E) 40 L

47. Un transportista pidió 12 dólares por trasladar $7m^3$ de piedras y otro 9 dólares por $5m^3$ resultando caras y desiguales los precios se les ofreció un aumento igual para los dos en el importe total y en las cantidades de piedra siendo el número de dólares aumentados igual al de m^3 aumentados. Aceptada la condición cada transportista cobró la misma cantidad por m^3 . ¿Qué cantidad fue ésta?

A) 2 B) 2,5 C) 1
D) 1,8 E) 1,5

48. Determine los valores máximos y mínimos de la función objetivo

$$f(x,y) = 140 - x + 3y$$

sujeto a las restricciones

$$\begin{cases} 2x + y \leq 10 \\ 2x + 4y \leq 28 \\ x \geq 0, y \geq 0 \end{cases}$$

A) 150 y 140 B) 131 y 10
C) 125 y 0
D) 141 y 71 E) 161 y 135

49. Indique el valor de verdad de las siguientes proposiciones:

I. Un problema de programación lineal puede tener infinitas soluciones.

II. Si se varia los coeficientes de la función objetivo entonces cambia la región admisible.

III. Todo problema de programación lineal tiene solución óptima.

A) VVV B) VFV C) FVV
D) VFF E) FFF

50. Una empresa decide abrir una nueva planta donde van a trabajar ingenieros electrónicos y mecánicos. Es necesario que el número de ingenieros mecánicos no sea menor que el número de ingenieros electrónicos, pero tampoco deben ser mayor al doble de estos. Si solo hay disponibles 30 ingenieros electrónicos y 20 ingenieros mecánicos; y el beneficio generado por cada ingeniero electrónico es de S/.250 y por cada ingeniero mecánico S/.200. ¿Cuál es el máximo beneficio que se puede obtener en la nueva planta?

A) 6 500 B) 8 000 C) 9 000
D) 11 000 E) 11 500

51. Dado el problema de programación lineal: $f(x,y) = 3x + 6y$
sujeto a las restricciones

$$\begin{cases} x + 2y \leq 9 \\ 0 \leq x \leq 5 \\ 0 \leq y \leq 4 \end{cases}$$

podemos afirmar que:

- A) La región admisible es una región hexagonal.
B) El máximo se obtiene en un único punto
C) La región admisible es una región triangular
D) El valor óptimo (máximo) lo adopta en un segmento
E) No tiene máximo
52. Sea la función objetivo:
 $z = 2x + 3y$
determine $a + b$, si z toma en la región
 $a \leq x + y \leq b$, $a > 0$
el valor máximo 6 y su valor mínimo 2
además $x \geq 0$ y $y \geq 0$
- A) 1 B) 2 C) 3
D) 4 E) 5

53. Halle el máximo valor de:

$$f(x,y) = 17x + 34y$$

sujeto a:

$$\begin{cases} 7x + 5y \leq 35 \\ 3x + 7y \leq 21 \\ x \geq 2 \\ y \geq 0 \end{cases}$$

- A) 85 B) 110 C) 112
D) 117 E) 118

54. En una farmacia se preparan dos clases de nutrientes P y Q mezclando dos productos A y B. Una lata de P contiene 8 kg de A y 2 kg de B. Una lata de Q contiene 10 kg de A y 5 kg de B. Cada lata de P se vende a S/. 300 y cada lata de Q a S/. 800. En la farmacia hay almacenados 80 kg de A y 25 kg de B. ¿Cuántas latas de cada tipo de nutrientes se deben de preparar para obtener el máximo ingreso? Indique el ingreso resultante.

- A) S/. 2,500 B) S/. 2,550
C) S/. 2,600
D) S/. 4,000 E) S/. 3,850

55. M&D Chemicals produce dos productos que se venden como materias primas a compañías que fabrican jabones para baño y detergentes para ropa. Basado en cierto análisis la gerencia ha especificado que la producción combinada para los productos A y B debe ser en total al menos 350 galones y al menos 125 galones para el producto A, el cual requiere dos horas de procesamiento por galón y el producto B una hora menos. Para el siguiente mes se dispone de 600 horas de tiempo de procesamiento. El objetivo de M&D es satisfacer estos requerimientos con un costo total de producción mínimo. Los costos de producción son \$2 por galón para el producto A y \$3 por galón para el producto B. Determine el costo mínimo mencionado.

- A) \$600 B) \$650 C) \$700
D) \$750 E) \$800

56. Dado el problema de programación lineal:

$$\begin{aligned} &\text{máx. } (Z = 30x_1 + 20x_2) \\ &\text{s.a. } \begin{cases} x_1 \leq 60 \\ x_2 \leq 75 \\ 10x_1 + 8x_2 \leq 800 \\ x_1 \geq 0, \quad x_2 \geq 0 \end{cases} \end{aligned}$$

y las proposiciones

- I. La región factible es poligonal y acotada
II. Una solución factible es (20,25)
III. El valor óptimo es 2300.
son correctas.

- A) Solo I B) Solo II C) Solo III
D) II y III E) Todas

57. Una nutricionista planifica preparar dos alimentos de calidades A y B para una comida en un centro hospitalario. El alimento A tiene 3 unidades de proteína, 2 unidades de colesterol y una unidad calórica por onza. El alimento B contiene 2 unidades de proteínas, 1 unidad de colesterol y una unidad calórica por onza. Se desea que la comida contenga a lo más 19 unidades de proteína, al menos 11 unidades de colesterol y de al menos 7 unidades calóricas. El alimento A cuesta S/. 55 por onza, el alimento B cuesta S/. 45 por onza. ¿Cuántas onzas de A y B (en ese orden) se deben de servir para minimizar los costos?

- A) 4 y 3 B) 3 y 4 C) 5 y 2
D) 3 y 5 E) 4 y 4

58. Resuelva el sistema de inecuaciones en $\mathbb{Z}$ ($\mathbb{Z}$: Conjunto de Números Enteros)

$$\begin{cases} 1 \leq x^2 - y^2 \leq 5 \\ 1 \leq x + y \leq 4 \end{cases}$$

E indique el valor de verdad de las siguientes proposiciones:

- I. Existen 5 soluciones.
II. Una solución es (3; -2)
III. La suma de valores que toma x es 6

- A) VVF B) VVV C) VFF
D) FVV E) FVF

59. Resuelva el sistema:

$$\begin{cases} y + 3 > 2x \\ 3x < 12 - y \end{cases}$$

en el conjunto de los enteros positivos. Luego indique el número de soluciones

- A) 10 B) 11 C) 12
D) 13 E) 14

60. Sea S el conjunto solución del sistema

$$\begin{cases} x + y \leq 3 \\ y - x \leq 3 \\ xy < 0 \end{cases}$$

Indique los valores de verdad de las siguientes proposiciones:

- I. S está incluido en el cuarto cuadrante.
II. S es una región acotada.
III. S es la unión de dos regiones disjuntas.

- A) VVF B) VFV C) FVF
D) FFV E) VFF

61. Halle los valores de x e y en $\mathbb{Z}^+$ que satisfacen el siguiente sistema:

$$\begin{cases} 3x - 2y > 2x + 3y + 4 & \dots (1) \\ 25x + 13 > 2y + 26x & \dots (2) \end{cases}$$

- A) $x=11, y=2$ B) $x=11, y=11$
C) $x=110, y=2$
D) $x=10, y=1$ E) $x=9, y=3$

62. Halle el cardinal del conjunto

$$A = \{(x; y) \in \mathbb{Z}^2 / y + 2x > 9; x - y < 3; y < 3\}$$

- A) 0 B) 1 C) 2
D) 3 E) 4

63. Determine cuántos pares de coordenadas enteras hay en el conjunto solución de

$$\begin{cases} x^2 + y^2 \leq 8 \\ x^2 \geq y^2 \end{cases}$$

- A) 10 B) 11 C) 15
D) 17 E) 18

64. Halle el máximo de:

$$z = 40x + 30y$$

sujeto a las siguientes restricciones:

$$\begin{cases} 2x + y \leq 800 \\ x + y \geq 480 \\ x \geq 0, y \geq 0 \end{cases}$$

- A) 17 600 B) 18 500 C) 19 200
D) 24 000 E) 26 000

65. Determine el valor máximo de:

$$f(x, y) = 14x + 7y$$

sujeto a las restricciones:

$$\begin{cases} 5x + y \leq 10 \\ 3x + 2y \leq 12 \\ x \geq 0, y \geq 0 \end{cases}$$

- A) 16 B) 20 C) 36
D) 46 E) 50

66. Si tenemos que hallar el valor máximo de: $z = x + 2y$ sujeto a las restricciones

$$\begin{cases} x + y - 2 \geq 0 \\ y - x - 2 \leq 0 \\ x \leq 3 \\ y \geq 1 \\ y \leq 3 \end{cases}$$

Acerca de este problema de programación lineal, podemos afirmar que:

- A) Es una región triangular
B) Es una región cuadrangular
C) Es una región pentagonal
D) Es una región hexagonal
E) Es una región no acotada

67. Si S es una región definida por:

$$\begin{cases} x - y \leq y \leq x + 1 \\ x + y \geq 1 \\ 0 \leq x \leq 2 \\ y \geq 0 \end{cases}$$

y dado el problema de programación lineal $P: \text{Máx } Z = f(x, y)$ sujeto a: $(x, y) \in S$. Entonces determine el valor de verdad de las siguientes proposiciones:

p: (1;3) pertenece a la región admisible de P

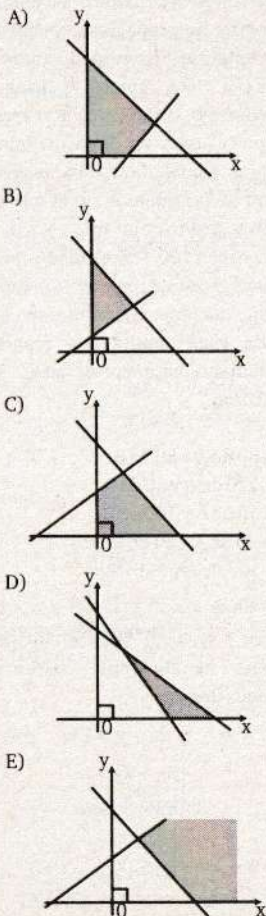
q: la suma de las coordenadas de los vértices de la región admisible de P es 10

r: el valor del área de la región admisible de P es $3\sqrt{2}$.

- A) FFF B) VFV C) VVV
D) FVV E) FVF

68. Cuál de las gráficas representa mejor la región factible, donde se obtiene la máxima utilidad de acuerdo al siguiente cuadro:

$$\begin{aligned} z(x,y) &= 3x + 4y \\ 6x + 8y &\leq 48 \\ 2x - y &\leq 2 \\ x &\geq 0 \\ y &\geq 0 \end{aligned}$$



69. Dado el siguiente problema de programación lineal. Encontrar el valor mínimo de: $z = 2x + 3y$ sujeto a las restricciones de vínculo y de negatividad

$$\begin{cases} 2x + 3y \geq 12 \\ x + 3y \geq 9 \\ x \geq 0, y \geq 0 \end{cases}$$

podemos afirmar que:

- A) La región factible es acotada.
B) El valor óptimo es 24
C) Una solución optima es (6,1)
D) Existen solamente un número finito de soluciones optimas.
E) El valor óptimo es 12.

70. Encontrar el valor máximo de:

$$z = 2x + y$$

sujeto a las restricciones:

$$\begin{cases} x + y \leq 10 \\ x + y \leq 8 \\ |x - 5| \leq 2 \\ x, y \geq 0 \end{cases}$$

- A) 13 B) 15 C) 16
D) 17 E) 18

71. Un herrero con 80 kg de acero y 120 kg de aluminio quiere hacer bicicletas de paseo y de montaña que quiere vender, respectivamente a 200 y 150 dólares cada una para sacar el máximo beneficio. Para la de paseo empleará 1 kg de acero y 3 kg de aluminio y para la montaña 2 kg de ambos metales. ¿Cuántas bicicletas de paseo y de montaña venderá el herrero respectivamente?

- A) 20; 20 B) 20; 30 C) 30; 35
D) 40; 0 E) 0; 40

72. Una refinería de petróleo tiene fuentes de petróleo crudo: crudo ligero, que cuesta 35 dólares por barril y crudo pesado a 30 dólares el barril. Con cada barril de crudo ligero, la refinería produce 0,3 barriles de gasolina (G), 0,2 barriles de combustible para calificación (C) y 0,3 barriles de combustible para turbinas (T), mientras que con cada barril de crudo pesado produce 0,3 barriles de G, 0,4 barriles de C y 0,2 barriles de T. La refinería ha contratado el suministro de 900000 barriles G, 800000 barriles de C y 500000 barriles de T. Halle las cantidades de crudo ligero y pesado que debe comprar la refinería para poder cubrir sus necesidades al costo mínimo.
- A) 3000000 de barriles de crudo ligero, ninguno de crudo pesado
 B) 2000000 de barriles de crudo ligero y 1000000 de crudo pesado
 C) Ningún barril de crudo ligero y 3000000 barriles de crudo pesado
 D) 1000000 barriles de crudo ligero y 2000000 de crudo pesado
 E) 2000000 de barriles de crudo ligero y 2000000 de crudo pesado.
73. Una empresa dispone de 10 millones de dólares como máximo para invertir entre dos tipos de inversión (A y B), en la opción A desea invertir entre 2 y 7 millones. Además; quiere destinar a esa opción, como mínimo, tanta cantidad de dinero como a la B. Si el rendimiento de la inversión será del 9% en la opción A y del 12% en la opción B.
- ¿Qué cantidad debe invertir en cada una para optimizar el rendimiento global?
- A) 5 millones en A y 5 millones en B
 B) 4 millones en A y 3 millones en B
 C) 6 millones en A y 4 millones en B
 D) 3 millones en A y 7 millones en B
 E) 6 millones en A y 5 millones en B
74. Un estudiante dedica su tiempo al reparto de propaganda publicitaria. La empresa A le paga 5 centavos de sol por cada impreso repartido y la empresa B, con folletos más grandes, le paga 7 centavos de sol por impreso. El estudiante lleva dos bolsas: una para la impresión A, en la que caben 120 y otra para los impresos B, en la que caben 100. Ha calculado que cada día es capaz de repartir 150 impresos como máximo. ¿Cuántos impresos de cada clase tendrá que repartir el estudiante para que su beneficio sea máximo?
- A) 50 de A y 80 de B
 B) 120 de A y 30 de B
 C) 50 de A y 100 de B
 D) 80 de A y 80 de B
 E) 100 de A y 120 de B
75. Si $x, y \in \mathbb{N}$, determine " $x+y$ ", si se tiene el siguiente sistema de inequaciones:
- $$\begin{cases} 2x + y = 11 \\ 3x - 2y > 5 \\ 4x - 5y < 2 \end{cases}$$
- A) 3 B) 5 C) 6
 D) 7 E) 9

76. Resuelva en $\mathbb{Z}$ e indique el número de soluciones del sistema:

$$\begin{cases} y - x \leq 2 \\ 3y - x \geq 4 \\ y \geq \frac{29x}{15} - \frac{4}{5} \end{cases}$$

- A) 5 B) 6 C) 7
D) 8 E) 9

77. Resolver el sistema para valores enteros positivos:

$$\begin{cases} 2y < x \\ 4y > 7z \\ x - 4 < 2z \end{cases}$$

Indicar el producto de ellos.

- A) 2 B) 5 C) 10
D) 12 E) 15

78. Halle el par ordenado de componentes enteras más próximo al origen que resuelve el sistema de inecuaciones: $x > y > 0$;

$$\left(\frac{x+y}{x-y}\right) - 6 \left(\frac{x-y}{x+y}\right) - 1 > 0$$

Indicar la suma de componentes de dicho par ordenado

- A) 3 B) 5 C) 6
D) 7 E) 9

79. Si $a, b, n \in \mathbb{Z}$ y se cumple:

$$n - 1 < a + b < n + 1$$

$$n - 7 < a - b < n - 5$$

$$10 < a + n < 12$$

Halle " $a + b + 2n$ "

- A) 17 B) 21 C) 28
D) 32 E) 42

80. Encuentre el valor mínimo de:

$$z = 2x - 3y$$

sujeta a las restricciones

$$\begin{cases} x + 2y \leq 10 \\ 2x + y \leq 11 \\ x, y \geq 0 \end{cases}$$

- A) -17 B) -15 C) -11
D) -1 E) 0

81. Si S es el conjunto solución del sistema de inecuaciones lineales

$$\begin{cases} x + y \leq 4 \\ x + y \geq 2 \\ y \geq x - 2 \\ y \leq x + 2 \end{cases}$$

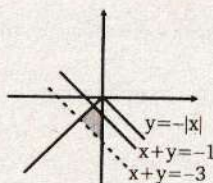
Entonces la afirmación correcta es:

- A) La gráfica de S es una región triangular.
B) La gráfica de S es una región cuadrada.
C) La gráfica de S es una región rectangular.
D) La gráfica de S es una región vacía.
E) La gráfica de S es una región pentagonal

82. Si $A = \{(x, y) \in \mathbb{Z} \times \mathbb{Z} / x^2 - 4x + 2 < y < -3x^2 + 8x + 2\}$
entonces el cardinal de A es:

- A) 12 B) 14 C) 16
D) 18 E) 20

83. Indique el sistema cuya gráfica es:



A)
$$\begin{cases} x + y \geq -1 \\ x + y \leq -3 \\ y \leq x^2, x \leq 0, y \leq 0 \end{cases}$$

B)
$$\begin{cases} x + y \leq -1 \\ x + y \geq -3 \\ y \geq |x|, x \leq 0, y \leq 0 \end{cases}$$

C)
$$\begin{cases} x + y \leq -2 \\ x + y \geq -3 \\ y \geq -|x|, x \leq 0, y \geq 0 \end{cases}$$

D)
$$\begin{cases} x + y \leq -1 \\ x + y > -3 \\ y \leq -|x|, x \leq 0, y \leq 0 \end{cases}$$

E)
$$\begin{cases} x + y \leq -3 \\ x + y \leq -1 \\ x \leq |y|, x \leq 0, y \leq 0 \end{cases}$$

84. Dado el sistema:

$$\begin{cases} y = a|x - 3| \\ x = b^y \end{cases}$$

una de las soluciones es (2;1) y la otra solución es $(x_0; y_0)$, entonces:

- A) $x_0 < 4; y_0 < 2$ B) $x_0 > 4; y_0 > 2$
C) $x_0 < 3; y_0 > 2$
D) $x_0 > 3; y_0 < 2$ E) $x_0 > 4; y_0 < \frac{1}{2}$

85. Sea:

$$A = \{(x; y) \in \mathbb{Z} \times \mathbb{Z} / x - y \leq -4; x^2 + y^2 \leq 4; x \geq y\}$$

determine el valor de verdad de las siguientes afirmaciones:

I. $n(A) = 3$

II. $n(A) = 0$

III. $\{(1, 2)\} \in A$

- A) VFF B) VFV C) FFV
D) FVF E) FFF

86. Determine el conjunto solución del sistema:

$$\begin{cases} x^2 - 4x + y^2 = 64 \\ x^3 - 6x^2 + 12x + y = 8 \end{cases}$$

- A) $\{(0, 8), (2, 1)\}$ B) $\{(0, 8), (4, -8)\}$
C) $\{(0, 8), (0, -8)\}$
D) $\{(4, -8), (2, 8)\}$ E) $\{(1, 2), (4, -8)\}$

87. Determine el máximo valor de la función: $z(x, y) = 4x + 3y$, si
 $x + y \leq 80; 30x + 20y \leq 1800$
 $x \geq 0, y \geq 0$

- A) 220 B) 240 C) 250
D) 260 E) 280

88. Una empresa fabrica mesas y sillas, que se deben procesar a través de los departamentos de ensamblaje y acabado. El departamento de

ensamblaje tiene 60 horas disponibles y el de acabado 48 horas. La fabricación de una mesa requiere de 4 horas en ensamblaje y 2 horas de acabado y cada silla requiere de 2 horas en ensamblaje y 4 horas de acabado. Si la utilidad es de \$8 por mesa y \$6 por silla. Determine el número de mesas y sillas a fabricar para obtener la máxima utilidad.

- A) 15 y 0 B) 8 y 10 C) 12 y 6
D) 6 y 12 E) 10 y 8

89. Sea u el número de decenas de sillas y v el número de decenas de mesas que fabrica una empresa al día. Si la utilidad diaria está dada por:

$$200u + 300v$$

y con las siguientes restricciones:

$$u + v \leq 4$$

$$2u + 3v \leq 10$$

$$40u + 20v \leq 120$$

Determine el número de decenas de sillas y mesas a fabricar diariamente de modo que la empresa tenga mayor utilidad

- A) 1 y 3 B) 3 y 1 C) 2 y 2
D) 2 y 3 E) 3 y 2

90. Sea el problema máx. ($z = 30x_1 + 20x_2$)

$$x_1 \leq 60$$

$$x_2 \leq 75$$

$$10x_1 + 8x_2 \leq 800$$

$$x_1 \geq 0$$

$$x_2 \geq 0$$

Dada las proposiciones:

- I. No existe región admisible
II. El óptimo se da en (60,0)
III. Una solución factible es (0,75)
Son correctas:

- A) Solo I B) Solo II C) Solo III
D) I y II E) II y III

91. Un distribuidor de aparatos para tocar discos compactos tiene dos almacenes w_1 y w_2 . Hay 80 unidades almacenadas en w_1 y 70 en w_2 . Dos clientes A y B piden 35 unidades y 60 unidades respectivamente. El costo de embarque de cada bodega a A y B aparece en la tabla siguiente. ¿Cuál es el valor mínimo del costo total de embarque?

Almacén	Cliente	Costo unitario de embarque
w_1	A	S/. 8
w_1	B	S/. 12
w_2	A	S/. 10
w_2	B	S/. 13

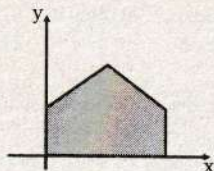
- A) S/. 1105 B) S/. 1070
C) S/. 1015
D) S/. 1060 E) S/. 1080

92. Según el problema anterior si los costos de embarque son S/.12 por unidad desde w_1 a A, S/.10 por unidad de w_2 a A, S/.16 por unidad de w_1 a A y S/.12 por unidad de w_2 a B, calcule el valor mínimo del costo total de embarque con estos datos.

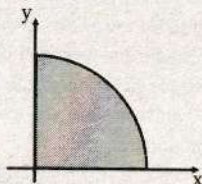
- A) 1120 B) 1140 C) 1320
D) 1170 E) 1310

93. A continuación se muestran 4 regiones en el plano xy , indique cuál(es) de ellas representan un PPL.

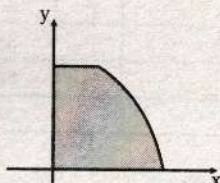
I)



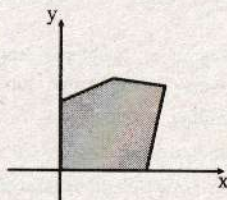
II)



III)



IV)



- A) Solo I y II B) Solo I y III
C) Solo II y IV
D) Solo I y IV E) I, II y III

94. Ciertas restricciones pesqueras obligan a ciertas empresas a pescar como máximo 2000 toneladas de bonito y 2000 toneladas de corvina, además en total, las capturas de estas dos especies no pueden pasar de las 3000 toneladas. Si el precio del bonito es de 1000 soles/ton. y el precio de la corvina es de 1500 soles/ton. ¿Qué cantidades debe pescar respectivamente, para obtener el máximo beneficio?

- A) 1000, 1000 B) 1000, 2000
C) 2000, 1000
D) 2000, 0 E) 0, 2000

95. Un estacionamiento puede atender un máximo de 100 vehículos entre automóviles y camiones, un automóvil ocupa $10m^2$, mientras que un camión ocupa $20m^2$, si el área total de estacionamiento es $1200m^2$ y además se cobra una tarifa mensual de S/. 20 por automóvil y S/. 30 por camión, ¿cuántos vehículos de cada tipo proporciona el dueño una ganancia máxima?

- A) 60 y 80 B) 60 y 40 C) 80 y 20
D) 40 y 60 E) 60 y 30

96. Si $(x; y) \in (\mathbb{Z}^+)^2$, resolver el sistema:

$$\begin{cases} x^2 - 3y > 1 \\ x^2 - y < 8 \end{cases} \text{ y halle } x^2 + y^2$$

calcular: " $x^2 + y^2$ "

- A) 5 B) 10 C) 13
D) 14 E) 25

97. Un agricultor estima que el cuidado de cada m^2 plantado de lechugas requiere semanalmente 45 minutos, mientras que el repollo exige 50 minutos. Dispone de una tierra de $40m^2$ de extensión. Queriendo plantar al menos $3m^2$ más de repollo que de lechuga. El m^2 de lechuga reporta un beneficio de S/. 50, mientras que el de repollo S/. 65, planificando obtener al menos S/.1000 de beneficio. Halle la cantidad de m^2 de cada sembrío que se tiene que sembrar para que el tiempo de cuidado sea mínimo.

A) 20 de lechuga B) 15 de lechuga
20 de repollo 25 de repollo

C) $\frac{200}{13}$ de lechuga
0 de repollo

D) 0 de lechuga E) $\frac{37}{2}$ de lechuga
 $\frac{200}{13}$ de repollo $\frac{43}{2}$ de repollo

98. Para fabricar dos tipos de tornillos I y II se han de utilizar 3 máquinas M_1 , M_2 , M_3 . Los tiempos de cada máquina para cada tipo de tornillos, el beneficio de su venta y las horas totales mensuales disponibles se muestran en el siguiente cuadro: Resolver e indique el beneficio máximo

	M_1	M_2	M_3	Beneficio
Tipo I	11	7	6	90
Tipo II	9	12	16	100
Total	990	840	960	

A) 6000 B) 8520 C) 8100
D) 8982 E) 9110

99. Dadas las proposiciones respecto a la programación lineal:

I. La región admisible siempre es una región poligonal.
II. El punto óptimo se encuentra en la región admisible.
III. La región admisible contiene puntos, los cuales tienen coordenadas de valor negativo.

Es (son) correctas:

A) Solo I B) Solo II C) Solo III
D) I y II E) Todas

100. La compañía STOPSA fabrica y vende lámparas de modelos A y B. Para su fabricación se requiere un trabajo manual de 20 minutos para el modelo A y 30 minutos para el modelo B; y un proceso de máquina de 20 y 30 minutos respectivamente para cada modelo. Se dispone 6000 minutos al mes de trabajo manual y de 4800 minutos de máquina. Si el ingreso por cada unidad es de 15 y 10 nuevos soles respectivamente. Determine el máximo ingreso.

A) 3600 B) 3650 C) 3700
D) 3750 E) 3800

**CLAVES**

1	B
2	A
3	C
4	D
5	C
6	A
7	A
8	D
9	E
10	B
11	B
12	A
13	C
14	B
15	A
16	D
17	D
18	C
19	A
20	E
21	D
22	C
23	B
24	A
25	C

26	E
27	B
28	C
29	C
30	D
31	A
32	A
33	A
34	B
35	E
36	D
37	B
38	C
39	E
40	A
41	C
42	C
43	B
44	A
45	C
46	C
47	E
48	E
49	D
50	C

51	D
52	C
53	C
54	D
55	E
56	E
57	A
58	B
59	C
60	E
61	D
62	B
63	D
64	D
65	D
66	C
67	D
68	A
69	E
70	B
71	B
72	C
73	A
74	C
75	D

76	B
77	C
78	D
79	B
80	B
81	C
82	B
83	D
84	B
85	D
86	B
87	D
88	C
89	C
90	C
91	E
92	A
93	D
94	B
95	C
96	C
97	D
98	D
99	B
100	A

EXÁMENES DE ADMISIÓN UNR

UNI - 2014 - I

PROBLEMA 01: Sea la matriz $A = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 2 & 3 \end{pmatrix}$. Si $AX = A^T$; halle $\frac{2}{3}X^T$.

A) $\begin{pmatrix} \frac{4}{3} & -\frac{2}{3} \\ 2 & -\frac{2}{3} \end{pmatrix}$

B) $\begin{pmatrix} \frac{4}{3} & \frac{4}{3} \\ -2 & -\frac{2}{3} \end{pmatrix}$

C) $\begin{pmatrix} \frac{4}{3} & -\frac{2}{3} \\ 1 & -1 \end{pmatrix}$

D) $\begin{pmatrix} 1 & \frac{1}{3} \\ \frac{2}{3} & -\frac{1}{3} \end{pmatrix}$

E) $\begin{pmatrix} \frac{2}{3} & -\frac{2}{3} \\ 1 & -1 \end{pmatrix}$

Resolución:

Tenemos :

$$AX = A^T$$

Calculemos la transpuesta:

$$(AX)^T = (A^T)^T$$

$$X^T A^T = A$$

$$X^T = A(A^T)^{-1}$$

$$X^T = A(A^{-1})^T$$

Tenemos por dato:

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 2 & 3 \end{pmatrix}; A^{-1} = \begin{pmatrix} 3 & -1 \\ -2 & 1 \end{pmatrix}$$

$$X^T = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 2 & 3 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 3 & -1 \\ -2 & 1 \end{pmatrix}^T$$

$$\frac{2}{3}X^T = \frac{2}{3} \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 2 & 3 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 3 & -2 \\ -1 & 1 \end{pmatrix}$$

$$\therefore \frac{2}{3}X^T = \begin{pmatrix} \frac{4}{3} & -\frac{2}{3} \\ 2 & -\frac{2}{3} \end{pmatrix}$$

Rpta.: C

PROBLEMA 02: Sea X una matriz de orden 2×2 que cumple con $(AXA^{-1})^t = 3(A - I)$, donde

$$A = \begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix} \quad a, b, c, d \in \mathbb{R}, I \text{ matriz identidad.}$$

Si la traza de X es -6 . Calcule $(a+d)(b+c)$.

A) -2

B) -1

C) 0

D) 1

E) 2

Resolución:

Del dato se tiene que $A = \begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix}$; además

$$(AXA^{-1})^t = 3(A - I)$$

$$\text{traz}((AXA^{-1})^t) = \text{traz}(3(A - I))$$

$$\text{traz}((AX)A^{-1}) = 3\text{traz}(A - I)$$

$$\text{traz}(A^{-1}(AX)) = 3(\text{traz}(A) - \text{traz}(I))$$

$$\text{traz}(X) = 3(\text{traz}(A) - 2)$$

$$-6 = 3(\text{traz}(A) - 2)$$

$$\rightarrow \text{traz}(A) = 0$$

$$a + d = 0$$

$$\therefore (a + d)(b + c) = 0$$

Rpta.: C

PROBLEMA 03:

Al resolver el sistema :

$$x\sqrt{\frac{x}{y}} + y\sqrt{\frac{y}{x}} = 34 \dots \dots (1)$$

$$x - y = 12 \dots \dots (2)$$

se puede obtener soluciones enteras para x y para y ; luego y es igual a:

A) 16

B) 8

C) 4

D) 2

E) 1

Resolución:

Dado el sistema no lineal:

$$\begin{cases} x\sqrt{\frac{x}{y}} + y\sqrt{\frac{y}{x}} = 34 & \dots(1) \\ x - y = 12 & \dots(2) \end{cases}$$

De (2): $x = y + 12$

De (1):

$$x\frac{\sqrt{x}}{\sqrt{y}} + y\frac{\sqrt{y}}{\sqrt{x}} = 34$$

$$x^2 + y^2 = 34\sqrt{x}\sqrt{y}$$

$$(y + 12)^2 + y^2 = 34\sqrt{(y + 12)y}$$

$$2(y^2 + 12y) + 144 = 34\sqrt{(y^2 + 12y)}$$

$$y^2 + 12y + 72 = 17\sqrt{y^2 + 12y} \quad \dots(*)$$

Sea $a = \sqrt{y^2 + 12y}$, reemplazando en (*)

$$a^2 + 72 = 17a$$

$$a^2 - 17a + 72 = 0$$

$$(a - 8)(a - 9) = 0$$

$$a = 8 \vee a = 9$$

$$\sqrt{y^2 + 12y} = 8 \vee \sqrt{y^2 + 12y} = 9$$

$$y^2 + 12y = 64 \vee y^2 + 12y = 81$$

No hay soluciones
enteras para y .

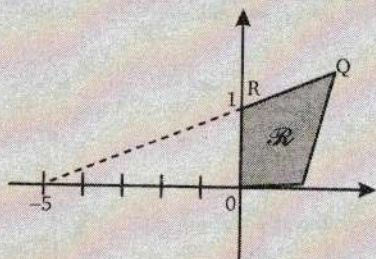
$$y^2 + 12y - 64 = 0$$

$$(y + 16)(y - 4) = 0$$

$$y = -16 \vee y = 4$$

Pero $y > 0$, entonces $y = 4$.**Rpta.: C**

PROBLEMA 04: Dada la región admisible $\mathcal{R}$ del problema de programación lineal.



Determine la función objeto del problema, de modo que, tanto el punto R con el punto Q sean soluciones mínimas.

A) $x + 4y$

B) $-x + 7y$

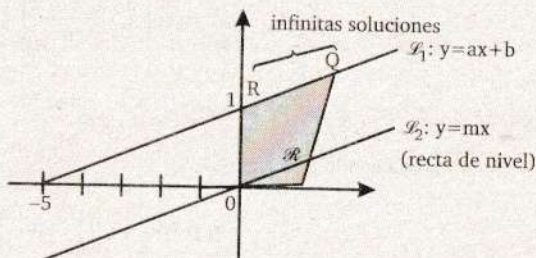
C) $x + 10y$

D) $-x - 3y$

E) $x - 5y$

Resolución:

Nos piden la función objeto:



Como el problema de programación lineal tiene infinitas soluciones, entonces se cumple que $\mathcal{L}_1 // \mathcal{L}_2$; es decir

$$(\text{pendiente de } \mathcal{L}_1) = (\text{pendiente de } \mathcal{L}_2)$$

$$a = m$$

Luego, como $(0; 1) \wedge (-5; 0) \in \mathcal{L}_1$, entonces

$$m = a = \frac{0 - 1}{-5 - 0} = \frac{1}{5} \rightarrow L_2: y = \frac{1}{5}x$$

Finalmente, $x - 5y = 0$

Por lo tanto, la función objeto es $f(x, y) = x - 5y$.

Rpta.: E

PROBLEMA 05:

Dada la sucesión (a_n) definida por:

$$a_n = \operatorname{sen} \left(\frac{n\pi + (-1)^n 8}{4n} \right), n \in \mathbb{N}$$

Entonces podemos afirmar que:

A) (a_n) converge a $\sqrt{2}/2$

B) (a_n) converge a 1

C) (a_n) converge a 0

D) (a_n) converge a $\pi/4$

E) (a_n) no converge

Resolución:

Para el término n -ésimo tenemos:

$$a_n = \operatorname{sen} \left(\frac{\pi}{4} + \frac{(-1)^n \cdot 2}{n} \right) = \begin{cases} \text{Si } n \text{ impar} \\ \operatorname{sen} \left(\frac{\pi}{4} - \frac{2}{n} \right) \dots (1) \\ \text{Si } n \text{ par} \\ \operatorname{sen} \left(\frac{\pi}{4} + \frac{2}{n} \right) \dots (2) \end{cases}$$

Ahora cuando $n \rightarrow \infty$:

$$L_1 = \operatorname{sen} \left(\frac{\pi}{4} - 0 \right) = \operatorname{sen} \left(\frac{\pi}{4} \right) = \frac{\sqrt{2}}{2}$$

$$L_2 = \operatorname{sen} \left(\frac{\pi}{4} + 0 \right) = \operatorname{sen} \left(\frac{\pi}{4} \right) = \frac{\sqrt{2}}{2}$$

Nótese que $L_1 = L_2$, luego se afirma que:

$$L = \lim(a_n) = \frac{\sqrt{2}}{2}$$

$$\therefore (a_n) \text{ converge a } \frac{\sqrt{2}}{2}$$

Rpta.: A

PROBLEMA 06:

Sea la función $f_{(x)} = \frac{3^x}{3^x + 1}$, $x \geq 1$

Determine el rango de f .

A) $[0, \infty)$

B) $[1/2; \infty)$

C) $[1, \infty)$

D) $[3/4, 1)$

E) $[2, \infty)$

Resolución:

Sea:

$$f_{(x)} = \frac{3^x}{3^x + 1}; x \geq 1$$

Tenemos que:

$$f_{(x)} = \frac{3^x + 1 - 1}{3^x + 1} = 1 - \frac{1}{3^x + 1}$$

Como:

$$\begin{aligned} x \geq 1 &\rightarrow 3^x \geq 3^1 \\ &\rightarrow 3^x + 1 \geq 4 \quad \text{+1} \\ &\rightarrow 0 < \frac{1}{3^x + 1} \leq \frac{1}{4} \quad \text{invertir} \\ &\rightarrow 0 > -\frac{1}{3^x + 1} \geq -\frac{1}{4} \quad \times(-1) \\ &\rightarrow 1 > 1 - \frac{1}{3^x + 1} \geq \frac{3}{4} \quad \text{+1} \\ &\rightarrow 1 > f_{(x)} \geq \frac{3}{4} \rightarrow \text{Ran}(f) = \left[\frac{3}{4}; 1 \right) \end{aligned}$$

Rpta.: D

PROBLEMA 07:

Si x_0 es la solución de la ecuación:

$$\frac{\sqrt{17+2\sqrt{72}}}{\sqrt{3}+\sqrt{8}} = \sqrt{x+2\sqrt{128}} - 7$$

calcule el valor de $\sqrt{x_0 + 34}$

A) 5

B) 10

C) 15

D) 20

E) 25

Resolución:

Se tiene que x_0 es la solución de:

$$\frac{\sqrt{17+2\sqrt{72}}}{\sqrt{3+\sqrt{8}}} = \sqrt{x+2\sqrt{128}} - 7$$

Efectuando:

$$\frac{\sqrt{(3+2\sqrt{2})^2}}{\sqrt{(\sqrt{2}+1)^2}} + 7 = \sqrt{x+2\sqrt{128}}$$

$$\frac{(3+2\sqrt{2})}{(\sqrt{2}+1)} \times \frac{(\sqrt{2}-1)}{(\sqrt{2}-1)} + 7 = \sqrt{x+2\sqrt{128}}$$

$$(8+\sqrt{2})^2 = \sqrt{x+16\sqrt{2}^2}$$

$$66+16\sqrt{2} = x+16\sqrt{2}$$

Entonces:

$$x = 66$$

Luego:

$$x_0 = 66$$

Nos piden $\sqrt{x_0+34}$

$$\therefore \sqrt{66+34} = 10$$

Rpta.: B

PROBLEMA 08:

Determine la intersección de los conjuntos solución de la inequaciones siguientes:

$$\frac{(x+3)^5(x+1)^8}{(x-1)^7(x-2)^4} \leq 0, \quad \frac{\sqrt[3]{x+2} \cdot \sqrt[4]{x+1}}{\sqrt[3]{x-5} \sqrt[6]{6-x}} \leq 0.$$

A) $[-3, 1)$

B) $[-1, 6)$

C) $[-1, 5)$

D) $[-1, 1)$

E) $[-3, 5)$

Resolución:

De la primera inecuación:

$$\frac{(x+3)^5 \cancel{(x+1)^8}}{(x-1)^7 \cancel{(x-2)^4}} \leq 0$$

$$\frac{(x+3)^5}{(x-1)^7} \leq 0; x = -1; x \neq 2$$

$$\leftrightarrow (x+3)^5(x-1)^7 \leq 0; x = -1; x \neq 2; x \neq 1$$

$$\leftrightarrow (x+3)(x-1) \leq 0$$

Entonces:

$$CS = [-3; 1)$$

De la segunda inecuación:

$$\frac{\sqrt[3]{x+2} \sqrt[4]{x+1}}{\sqrt[3]{x-5} \sqrt[4]{6-x}} \leq 0$$

• Hallemos el CVA ;entonces:

$$x+1 \geq 0 \wedge 6-x > 0$$

$$x \geq -1 \wedge x < 6$$

$$CVA = [-1; 6)$$

• Efectuamos

$$\frac{\sqrt[3]{x+2} \sqrt[4]{x+1}}{\sqrt[3]{x-5} \sqrt[4]{6-x}} \leq 0$$

$$\frac{\sqrt[3]{x+2}}{\sqrt[3]{x-5}} \leq 0; x \neq 5$$

$$\rightarrow \sqrt[3]{x+2} \sqrt[3]{x-5} \leq 0$$

$$\rightarrow (x+2)(x-5) \leq 0$$

$$x \in [-2; 5)$$

Luego:

$$CS = [-2; 5) \cap CVA = [-1; 5)$$

Nos piden:

$$[-3; 1) \cap [-1; 5)$$

es decir $[-1; 1)$ **Rpta.: D**

PROBLEMA 09:

Sea f una función definida por $f(x) = (1-x^3)^{1/3} + 1, x \in \mathbb{R}$. Determine la inversa f^* de f .

A) $f^*(x) = 1 - (x^2 - 1)^{1/3}, x \in \mathbb{R}$

B) $f^*(x) = 1 - (x - 1)^{3/2}, x \in [0, +\infty)$

C) $f^*(x) = (1 - x^3)^{1/3}, x \in \mathbb{R}$

D) $f^*(x) = (1 - (x - 1)^3)^{1/3}, x \in \mathbb{R}$

E) $f^*(x) = (1 - (x - 1)^{1/3})^3, x \in [0, +\infty)$

Resolución:

Se tiene $f(x) = \sqrt[3]{1 - x^3} + 1, x \in \mathbb{R}$

Luego:

$$\text{Dom}(f) = \mathbb{R}$$

$$\text{Ran}(f) = \mathbb{R}$$

Sea $y = \sqrt[3]{1 - x^3} + 1$

Despejamos y en función de x .

$$\sqrt[3]{1 - x^3} = y - 1$$

$$1 - x^3 = (y - 1)^3$$

$$x = \sqrt[3]{1 - (y - 1)^3}$$

Luego:

$$f_{(x)}^* = \sqrt[3]{1 - (x - 1)^3}, \text{Dom}(f^*) = \mathbb{R}$$

Nos piden f^*

$$f_{(x)}^* = (1 - (x - 1)^3)^{1/3}, x \in \mathbb{R}$$

Rpta.: D

PROBLEMA 10:

Considere $S_n = i + i^2 + i^3 + \dots + i^n$, donde $i^2 = -1$, con $n \in \mathbb{N}$. Dadas las siguientes proposiciones.

I. $S_n + S_{n+1} = i$, si n es impar.

II. $S_n = S_{n-1} + S_{n+1}$, si n es par.

III. $S_n = -1$, si n tiene la forma $n = 4k + 3$, con k entero no negativo.

Son correctas:

A) Solo I

B) Solo II

C) Solo III

D) I y II

E) I y III

Resolución:

Tenemos que $S_n = i + i^2 + i^3 + \dots + i^n$

$$S_n = \begin{cases} 0 & ; \quad n = 4 \\ i & ; \quad n = 4 + 1 \\ i - 1 & ; \quad n = 4 + 2 \\ -1 & ; \quad n = 4 + 3 \end{cases}$$

I. Falso

Consideremos $n = 1$

$$S_1 + S_2 = i + i - 1 = 2i - 1$$

II. Falso

Consideremos $n = 4$

$$S_4 = 0$$

$$S_3 = -1$$

$$S_5 = i$$

$$S_3 + S_5 = -1 + i \neq S_4 = 0$$

III. Verdadero

Si $S_n = -1$ del análisis inicial, entonces $n = 4 + 3$ es decir, $n = 4k + 3$; $k \in \mathbb{Z}$.

Luego, en particular, la proposición se verifica para $k \in \mathbb{Z}_0^+$.

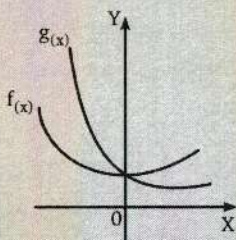
Por lo tanto, la proposición correcta es solo III.

Rpta.: C

PROBLEMA 11:

Sean las funciones

$f(x) = c(a^x)$ y $g(x) = d(b^x)$, cuyas gráficas se muestran a continuación.



Indique cuál(es) de las siguientes proposiciones son correctas:

I. $c = d$

II. $0 < a < b < 1$

III. $a + b > 1$

A) Solo I

B) Solo II

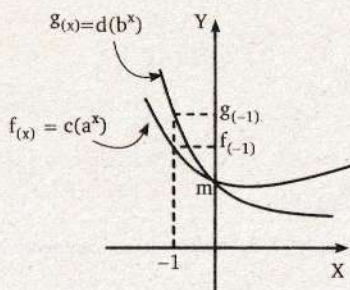
C) I y II

D) I y III

E) II y III

Resolución:

Analicemos el gráfico



I. Correcta

Recordemos que $m = f_{(0)} \wedge m = g_{(0)}$

Entonces $f_{(0)} = g_{(0)}$

$$c = d; \text{ ademas } c; d > 0$$

II. Incorrecta

Del gráfico se observa que

$$g_{(-1)} > f_{(-1)} \rightarrow \frac{d}{b} > \frac{c}{a}$$

Como $c = d$ y son positivos :

$$\frac{1}{b} > \frac{1}{a}$$

Ademas $a; b \in (0; 1]$, entonces

$$0 < b < a < 1$$

III. Incorrecta

Consideremos

$$b = \frac{1}{3} \wedge a = \frac{1}{2}$$

Se cumple:

$$0 < \frac{1}{3} < \frac{1}{2} < 1$$

Pero:

$$a + b = \frac{5}{6} < 1$$

Rpta.: A

- | | |
|-----------|---|
| 2 | El polinomio - Productos Notables |
| 3 | División Algebraica - Divisibilidad algebraica |
| 4 | Factorización - Fracciones |
| 5 | Radicación - Racionalización |
| 6 | Potencia de un Binomio - Factorial de un Número - Combinatoria |
| 7 | Números Complejos |
| 8 | Ecuaciones |
| 9 | Desigualdades - Inecuaciones |
| 10 | Relaciones - Funciones |
| 11 | Función Exponencial - Logaritmos |
| 12 | Sucesiones y Series |
| 13 | Matrices - Determinantes |
| 14 | Sistema de Ecuaciones |
| 15 | Programación Lineal - Gráfica de Relaciones |

Tel.: 424 - 6350

Cel.: 992 - 796104



/ Editorial RODO - Oficial



editorialrodo@gmail.com

Aritmética (15 folletos)
 Álgebra (15 folletos)
 Geometría (14 folletos)
 Trigonometría (17 folletos)
 Raz. Matemático (18 folletos)
 Física (16 folletos)
 Química (16 folletos)



- ✓ 140 páginas
- ✓ Marco teórico completo.
- ✓ 100 problemas resueltos
- ✓ 100 problemas propuestos con claves.
- Básico - Intermedio - Avanzado
- ✓ Exámenes de admisión resueltos.

* **Datos Referenciales**

Nº
1

TEMAS

Leyes de Exponentes - Ecuaciones Exponenciales